

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANČÍ

Modelování a predikce akciových výnosů prostřednictvím modelů typu GARCH

Modelling and Predicting Stock Returns Using GARCH-type Models

Student: Bc. Jana Dembinská

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Kulháněk Lumír, CSc.

Ostrava 2014

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Ekonomická fakulta
Katedra financí

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Jana Dembinská**
Studijní program: N6202 Hospodářská politika a správa
Studijní obor: 6202T010 Finance
Specializace: 00 Finance
Téma: **Modelování a predikce akciových výnosů prostřednictvím modelů typu GARCH**
Modelling and Predicting Stock Returns Using GARCH-type Models

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
 2. Volatilita výnosů finančních aktiv
 3. Soudobé přístupy k modelování volatility
 4. Aplikace modelů typu GARCH
 5. Závěr
- Seznam použité literatury
Seznam zkratk
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce
Seznam příloh
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:


ARLT, Josef a Markéta ARLTOVÁ. *Finanční časové řady*. Praha: Grada, 2003. 220 s. ISBN 80-247-0330-0.
FRANCQ, Christian and Jean-Michel ZAKOIAN. *GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. Chichester: Wiley, 2010. 504 s. ISBN 978-0-470-68391-0.
JÍLEK, Josef. *Akciové trhy a investování*. 1. vyd. Praha: Grada, 2009. 656 s. ISBN 978-80-247-2963-3.
MUSÍLEK, Petr. *Trhy cenných papírů*. 2. vyd. Praha: Ekopress, 2011. 520 s. ISBN 978-80-86929-70-5.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Lumír Kulhánek, CSc.**

Datum zadání: 22.11.2013

Datum odevzdání: 25.04.2014


Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.
vedoucí katedry




prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová
děkanka fakulty

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem celou práci vypracovala samostatně a uvedla veškeré zdroje, ze kterých jsem čerpala.

V Ostravě 15. 4. 2014

Jana Dembínská

podpis studenta

Poděkování

Na tomto místě bych chtěla poděkovat všem, kteří mne podporovali nejen při psaní této práce, ale během celého mého studia. Především bych chtěla poděkovat vedoucímu mé diplomové práce prof. Ing. Lumíru Kulhánkovi, CSc. za vstřícný přístup, trpělivost, odborné připomínky, poskytnutou literaturu a za jeho čas strávený odborným vedením při zpracování mé diplomové práce.

OBSAH

1	Úvod.....	5
2	Volatilita výnosů finančních aktiv	7
2.1	Finanční aktiva	7
2.1.1	<i>Volatilita finančních aktiv</i>	<i>8</i>
2.1.2	<i>Akciové indexy.....</i>	<i>9</i>
2.2	Obchodování s akcemi na sekundárním trhu.....	10
2.2.1	<i>Londýnská burza (London Stock Exchange)</i>	<i>11</i>
2.2.2	<i>Frankfurtská burza (Frankfurter Wertpapierbörse)</i>	<i>13</i>
2.2.3	<i>Švýcarská burza (Zürich Börse).....</i>	<i>15</i>
3	Soudobé přístupy k modelování volatility.....	17
3.1	Časové řady	17
3.1.1	<i>Finanční časové řady</i>	<i>17</i>
3.1.2	<i>Předpoklady a charakteristiky finančních časových řad</i>	<i>18</i>
3.1.3	<i>Volatilita.....</i>	<i>20</i>
3.2	Statistické metody odhadu finančních modelů	21
3.3	Modely volatility	22
3.3.1	<i>Historická volatilita a modely EWMA</i>	<i>23</i>
3.3.2	<i>Soudobé přístupy modely volatility</i>	<i>23</i>
3.4	Predikce volatility.....	28
3.4.1	<i>Predikce volatility pomocí modelu GARCH.....</i>	<i>28</i>
3.4.2	<i>Predikce volatility pomocí modelu EGARCH</i>	<i>29</i>
4	Aplikace modelů GARCH	30
4.1	Data a jejich charakteristika	30
4.2	Charakteristické vlastnosti časových řad	30
4.3	Odhad modelů pro akciový index FTSE 100	30
4.3.1	<i>Akciový index FTSE 100 s denní frekvencí</i>	<i>30</i>
4.3.2	<i>Akciový index FTSE 100 s týdenní frekvencí</i>	<i>34</i>
4.3.3	<i>Akciový index FTSE 100 s měsíční frekvencí</i>	<i>38</i>
4.4	Odhad modelů pro akciový index DAX 30	41
4.4.1	<i>Akciový index DAX 30 s denní frekvencí.....</i>	<i>41</i>
4.4.2	<i>Akciový index DAX 30 s týdenní frekvencí.....</i>	<i>44</i>

4.4.3	<i>Akciový index DAX 30 s měsíční frekvencí</i>	47
4.5	Odhad modelů pro akciový index SMI.....	49
4.5.1	<i>Akciový index SMI s denní frekvencí.....</i>	49
4.5.2	<i>Akciový index SMI s týdenní frekvencí.....</i>	53
4.5.3	<i>Akciový index SMI s měsíční frekvencí</i>	56
4.6	Zhodnocení a srovnání výsledků	59
5	Závěr.....	63
	Seznam literatury	65
	Seznam zkratk	68
	Prohlášení o výsledku využití diplomové práce	

1 ÚVOD

Do popředí zájmů, jak teoretiků, tak praktiků se dostává modelování finančních aktiv. Tento obor se neustále rozvíjí, neboť možnosti jeho využití při správě a investování finančních prostředků jsou obrovské. Investoři jej využívají především proto, aby minimalizovali riziko spojené s investicemi.

Postupem času bylo vytvořeno mnoho různých modelů pro modelování a predikci volatility. Průlomovým modelem v této oblasti se stal model ARCH, jehož autorem byl v 80. letech 20. století Robert Engle. Z modelu ARCH vychází také modely typů GARCH.

Cílem diplomové práce je zjistit zda pro modelování a predikci volatility na akciových trzích je vhodnější model GARCH nebo model EGARCH. Analýza je provedena pro akciové trhy Velké Británie, Německa a Švýcarska při využití oficiálních indexů FTSE 100, DAX 30 a SMI. Data jsou zkoumány za období 1. ledna 1998 – 31. prosince 2013.

Diplomová práce je rozčleněna do pěti kapitol, včetně úvodu a závěru.

Druhá kapitola se zabývá problematikou volatility výnosů finančních aktiv. Jsou charakterizovány akciové indexy a také jsou popsány tři akciové burzy. Londýnská, Frankfurtská a Švýcarská.

Třetí kapitola se věnuje finančním časovým řadám, statistickým metodám odhadu, popisu modelu volatility a kritériím hodnocení modelů. V první části jsou popsány a rozděleny jednotlivé časové řady. Poté jsou charakterizované finanční časové řady, jejich specifické vlastnosti a předpoklady. Dále jsou popsány statistické metody odhadu modelů, kde je blíže popsán postup pomocí metodou maximální věrohodnosti. Následně jsou charakterizovány modely volatility, jejich možnosti využití, dělení, kritéria výběru nejlepšího modelu a podrobný popis a odvození modelů GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti. Poslední část kapitoly popisuje predikci volatility pomocí modelu GARCH a EGARCH. Hodnotícím kritériem je zvolena ztrátová funkce RMSE.

Čtvrtá kapitola diplomové práce je rozčleněna dle konkrétních akciových indexů. Jednotlivými indexy jsou Financial Times Stock Exchange 100 (FTSE 100), Deutscher Aktien-Index 30 (DAX 30) a Swiss Market Index (SMI). Všechny indexy jsou s denní, týdenní a měsíční frekvencí. V jednotlivých částech této kapitoly je provedena analýza konkrétní finanční časové řady, kde je znázorněn graf vývoje cen, vypočítány charakteristiky

polohy a variability logaritmických výnosů a také je proveden test normality pomocí programu E-Views. Následně je proveden odhad pomocí modelů GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti. Pro zhodnocení predikce je zvoleno kritérium RMSE. V závěru kapitoly je provedeno srovnání a zhodnocení výsledků dle uvedených kritérií.

2 VOLATILITA VÝNOSŮ FINANČNÍCH AKTIV

Tato kapitola se věnuje volatilitě výnosů finančních aktiv. Začíná popisem finančních aktiv, především akcií a akciových indexů, jejich výnosnosti a volatilitou. Poté následuje část o obchodování s akciemi na sekundárních trzích a popis tří vybraných trhů a jejich indexů.

2.1 Finanční aktiva

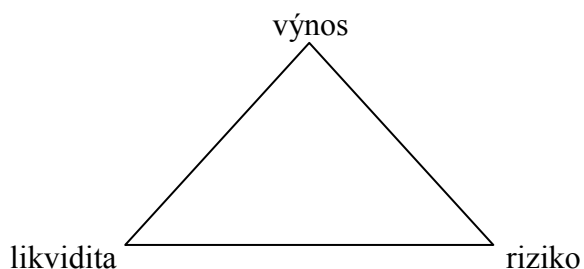
Finanční aktiva jsou ekonomická aktiva, která obsahují platební prostředky, finanční pohledávky a ekonomická aktiva, která jsou svým charakterem těsně blízka finančním pohledávkám. Finanční aktiva jsou právním dokladem různých finančních transakcí na finančních trzích.

Mezi finanční aktiva se řadí akcie, akciové indexy, finanční instrumenty s pevnými příjmy, měnové kurzy aj. Burzovní indexy se skládají z akcií registrovaných společností na dané burze.

Akcie je majetkový cenný papír, který představuje podíl na vlastnictví akciové společnosti. Společnost vydává akcie za účelem získání peněžních prostředků, aby mohla vzniknout, případně pro rozvoj svých aktivit.

Ceny akcií, se kterými se obchoduje na akciových trzích, se seřazují vzestupně a vznikají časové řady, které se používají k výpočtům a modelování výnosů, rizika a likvidity, které jsou základními kritérii při rozhodování investora. Investor při svém rozhodování může použít tzv. Magický trojúhelník.

Obr. 2.1: Magický trojúhelník



Zdroj: Polouček a kol. (2009, str. 151)

Vrcholy trojúhelníku jsou označeny jako riziko, výnos a likvidita, což jsou faktory, od kterých se odvíjí jakékoliv investiční rozhodování a jsou ve vzájemném nesouladu. Mezi rizikem a výnosností existuje nepřímá úměrnost. To znamená, že přibližováním se k jednomu

vrcholu se zároveň oddalujeme od vrcholu druhého. Požaduje-li investor vysoký výnos, tím vyšší riziko musí podstoupit a snižuje se likvidita. Čím nižší riziko podstupuje, tím nižší výnos získá a likvidita se zvyšuje. Vysoce likvidní investice, která by za minimálního rizika přinesla vysoký výnos, by byla pro investora ideální, ale prakticky neexistuje. Investoři tedy neustále balancují v tomto trojúhelníku a každý se snaží najít takové možnosti, které vyhoví jeho individuálním požadavkům. Umístění v magickém trojúhelníku rozděluje investory do tří základních kategorií dle vztahu k riziku – investor s averzí k riziku, neutrální a se sklonem k riziku.

Riziko se dělí na jedinečné (specifické) a tržní (systematické). Jedinečné riziko souvisí s konkrétním odvětvím, podnikem či cenným papírem a může se minimalizovat vhodnou diverzifikací portfolia. Riziko tržní plyne z potencionální ztráty spojené s nepříznivým pohybem tržních cen a sazeb, vyplývá z ekonomické situace země, politické situace apod. Lze jej omezit jen částečně, a to pomocí hedgingu.

S akciemi, jakožto finančními aktivy, se obchoduje na finančních trzích, které se dělí na trh primární a sekundární. Rozdíl spočívá především v emisi a prvotním prodejem finančních dokumentů. Na primárních trzích se realizují prvotní prodeje nově emitovaných finančních dokumentů (akcií, dluhopisů, úvěrů), kdy emitent cenného papíru získává finanční zdroje. K obchodování s emitovanými cennými papíry na primárním trhu může docházet např. při navýšení základního kapitálu akciové společnosti. Sekundární trhy jsou blíže popsány v kapitole 2.2, kde budou popsány také jednotlivé vybrané trhy.

Každá z akcií má vlastní výnos, který je v čase velmi proměnlivý. Tato proměnlivost, kolísavost, se nazývá volatilita.

2.1.1 Volatilita finančních aktiv

Volatilita je především v centru zájmu investorů, neboť právě volatilita je základní mírou rizikovosti finančních aktiv, tedy i akcií. Je to veličina, která popisuje míru kolísání hodnoty aktiva, popřípadě jeho výnosu během časového období. Nejčastěji je definována jako směrodatná odchylka ceny aktiva. Volatilita je měřítkem rizikovosti daného aktiva.

Stanovení volatility lze provést pomocí historického přístupu (historická volatilita), kde se předpokládá, že očekávaný výnos akcie je roven průměrné hodnotě skutečných výnosů za určité historické období a riziko akcie se vypočte jako směrodatná odchylka z historického výběru skutečných výnosů akcií, viz Zmeškal (2004).

Druhou možností je implikovaná volatilita, což je volatilita, která je očekávána trhem v budoucnu. Vychází z Black-Scholesova modelu pro ocenění opcí a předpokládá se, že pohyb ceny podkladového aktiva má charakter geometrického Brownova pohybu. Implikovaná volatilita je odvozena za předpokladů, které však v praxi nemusí být splněny, a proto se může značně lišit od volatility skutečné. Implikovaná volatilita bývá vyšší než volatilita získaná historickým přístupem pomocí modelů podmíněné heteroskedasticity (např. pomocí modelu GARCH), což je považováno za nevýhodu.

Protože se tato práce věnuje volatilitě akciových indexů, budou nyní blíže popsány burzovní indexy na akcie.

2.1.2 Akciové indexy

Hlavním posláním akciových indexů je stručně informovat o vývoji určitého akciového trhu jako celku nebo jen jeho části. Mimo to, se akciové indexy používají jako standard (*benchmark*), tzn., jako měřítko průměrné výnosnosti trhu, vůči kterému je možné měřit úspěšnost, případně neúspěšnost investování portfoliových manažerů. Je-li výkonnost portfoliového manažera vyšší než růst indexu, znamená to, že manažer překonal trh (*beat the market*). Akciové indexy představují indikátory akciového trhu, koncentrují pohyby cen mnoha akcií do jediného čísla a tím vypovídají o vývojových tendencích trhu. Na akciových trzích se používají stovky indexů, které se liší způsobem výpočtu a rozsahem trhu. Svůj akciový index má snad každá akciová burza a také některé agentury mají své indexy.

Existují dva druhy indexů – výběrové a souhrnné. Výběrové indexy obsahují významné akcie na daném trhu. Souhrnné indexy obsahují všechny akcie na daném trhu.

Metody konstrukce burzovního indexu lze provést třemi způsoby:

- cenově vážený index – hodnota indexu se odvíjí od cen jednotlivých akcií daného indexu. Čím více roste cena akcií, tím více je hodnota indexu ovlivňována;
- hodnotově vážený index – hodnota indexu se zjišťuje tak, že každá akcie je v tomto typu indexu vážená svou tržní kapitalizací na celkové tržní hodnotě firem;
- index se stejnými vahami – hodnota indexu je založena na principu portfolia, kde každá akcie má stejnou váhu.

Kalkulace téměř všech burzovních indexů probíhá v reálném čase, s frekvencí od každých 15 sekund po maximálně 1 minutu. Rozhodnutí o frekvenci kalkulace indexu závisí na jednotlivé burze.

Dow Jones Industrial Average (DJIA) je jeden z nejznámějších ukazatelů vývoje na americkém akciovém trhu a je jedním z nejstarších světových ukazatelů. DJIA se skládá z 30 akcií nejvýznamnějších společností hlavního odvětví USA. Po technické stránce se však tento cenový průměr nemůže rovnat tržním indexům, např. indexu S&P 500. Dalšími významnými indexy v Severní Americe jsou S&P 100 Index a NASDAQ 100 Index.

Většina evropských burzovních indexů zahrnuje nejlepší společnosti na trhu s největší tržní kapitalizací. Zastoupení jednotlivých titulů v indexu bývá kvartálně revidováno. Základním kritériem pro participaci těchto titulů je také „free float value“ (tržní hodnota volně obchodovatelného počtu akcií). Každá země má svůj hlavní index, který reprezentuje její hospodářskou situaci. Zmíněny jsou pouze ty, se kterými se bude dále pracovat a to, FTSE 100 (Velká Británie), DAX 30 (Německo) a SMI Swiss Market Index (Švýcarsko). Mimo hlavní indexy každé země, existují také souhrnné evropské indexy, kterými jsou EURONEXT 100, NEXT 150 a Dow Jones EURO STOXX 50.

Nejznámějšími indexy v Asii jsou Nikkei 225 nebo TOPIX (Japonsko), HSI Hang Seng Index (Honkong), Singapore Straits Time Index (STI) (Singapur), NIFTY 50 Index (Indie).

Co se týká globálních indexů, tak nejvýznamnějšími jsou MSCI World Index, který obsahuje kolem 1 500 akcií z 23 zemí světa a Dow Jones Global Titans 50 Index, jenž popisuje vývoj 50 největších multinacionálních podniků různých odvětví světa.

Jak již bylo zmíněno výše, akciové indexy se skládají z akcií obchodovaných na daném trhu. Akcie mají svou výnosnost, která je v čase velmi proměnlivá, což se jeví jako problém pro potencionální investory. Tato proměnlivost, kolísavost se nazývá volatilita.

2.2 Obchodování s akciemi na sekundárním trhu

S akciemi, které byly vydané na primárním trhu, se následně může obchodovat na trzích sekundárních. Každý trh má vlastní burzovní index. Ten se skládá z akcií obchodovaných na daném trhu.

Obchodování na sekundárních trzích nepřináší emitentovi žádné peníze. Sekundární trh tedy nepodporuje investice, mění pouze strukturu vlastníků. Zprostředkovatelé na těchto

tržích žijí pouze z poplatků investorů. Investiční zprostředkovatelé mohou uskutečňovat obchody s cennými papíry na OTC trhu (*over-the-counter market*) a burzovním trhu. Blíže bude popsán burzovní trh.

Burzovní trh je organizované shromáždění osob, jež probíhá na burzovním parketu, jedná se o prezenční burzu, nebo se uskutečňuje prostřednictvím počítačového systému, tedy elektronická burza. Hlavní funkcí burzy je vytváření tzv. spojitého trhu, což je možnost obchodování za ceny, které se liší jen nepatrně od těch předchozích. Na burze se obchoduje pouze s registrovanými akciemi a obchodování se řídí přesnými pravidly. Předpokladem spojitého trhu je vysoká likvidita.

Podrobněji jsou popsány tři vybrané trhy. Velká Británie patří do Evropské unie (EU), ponechala si však svou měnu, britskou libru. Německo také patří do EU, ale na rozdíl od Británie, se zde jako národní měna používá euro. Švýcarsko se do EU nepřipojilo a národní měnou je zde švýcarský frank.

Tabulka 2.1 znázorňuje srovnání vybraných zemí dle hledisek tržní kapitalizace, objemu obchodu, míry obratu a počtu kótovaných společností. Jednotlivé burzy jsou popsány níže.

Tab. 2.1: Srovnání tří evropských trhů z vybraných hledisek

Země	Tržní kapitalizace		Objem obchodu		Míra obratu v %	Počet kótovaných společností
	v mil USD	v % HDP	v mil USD	v % HDP		
Německo	1 486 314	43,4	1 225 530	35,7	91,8	600
Švýcarsko	1 079 021	171	641 000	101,6	63,7	282
Velká Británie	3 019 467	122,2	2 488 566	100,7	84	2 477

Zdroj: data.worldbank.org

Z tabulky 2.1 je patrné, že ačkoli je Švýcarsko nejmenším státem s nejnižší tržní kapitalizací a objemem obchodu, v procentuálním vyjádření se dostává před Německo a Velkou Británií. Švýcarská burza se v žebříčku tržní kapitalizace všech evropských trhů nachází na třetí pomyslné příčce.¹

2.2.1 Londýnská burza (London Stock Exchange)

Londýnský burzovní trh sáhá až do 17. století, kdy se nákup a prodej jednotlivých akcií uskutečňoval v kavárnách. S růstem obchodů, rostl počet brokerů, kteří v roce 1773

¹ Portál <http://www.klubinvestoru.com>, 2012

zakoupili budovu na Threadneedle Street a pojmenovali ji Stock Exchange. V polovině 19. století došlo k expanzi britského burzovníctví, což se projevilo založením dvaceti regionálních burz. Ve druhé polovině minulého století lze sledovat snahy o centralizaci britského a irského burzovníctví. Regionální burzy v roce 1965 vytvořily federaci burz (Federation of Stock Exchanges). Dne 26. 3. 1973 se sedm burz ve Velké Británii, Severním Irsku a Irské republice spojilo v jednu společnou burzu – International Stock Exchange. Počátkem 90. let regionální burzy ukončily svou činnost a jejich činnost byla nahrazena pouze reprezentacemi Londýnské burzy v některých velkých městech. V Dublinu byla vytvořena samostatná a nezávislá burza. Londýnská burza změnila svůj název, který v současné době je London Stock Exchange (LSE).

LSE má největší mezinárodní zastoupení díky téměř 2 500 registrovaných společnostem z více než 60 zemí. Zajišťuje sekundární trh pro více než 12 200 cenných papírů. Burza má bezkonkurenční postavení díky svým vysoce likvidním trhům a je průkopníkem v používání finančních technologií. K vypořádání dochází v čase $T + 3$.

Obchodování je rozděleno do šesti segmentů:²

- Hlavní trh - určený pro největší mezinárodní společnosti,
- AIM (Alternativ Investment Market) - mezinárodní rychle rostoucí společnosti,
- techMARK - společnosti orientované na nové technologie,
- techMARK mediscience - akcie farmaceutických společností,
- landMARK - regionální firmy,
- extraMARK - podílové listy.

Mezi nejdůležitější segmenty trhu patří:³

- trh britských a irských akcií,
- trh zahraničních akcií,
- alternativní investiční trh,
- trh vládních dluhopisů,
- trh korporativních a municipálních dluhopisů,
- trh opčních listů,
- trh depozitních stvrzenek,

² Portál <http://www.klubinvestoru.com>, 2012

³ Musílek, Trhy cenných papírů (2002, str. 69)

- trh opcí.

Britské a irské akcie jsou obchodovány prostřednictvím tří elektronických obchodních systémů:⁴

- SETS,
- SEAQ,
- SEATS PLUS.

Hlavním indexem LSE je Financial Times Stock Exchange 100 (FTSE 100), který vznikl k 3. lednu 1984 a jeho hodnota byla stanovena na 1 000 bodů. FTSE zahrnuje sto společností s nejvyšší tržní kapitalizací, které sídlí ve Velké Británii, a jejichž akcie se obchodují na londýnské burze v eurech nebo librách s vysokou likviditou. Váhové zastoupení jednotlivých společností je stanoveno dle „free float value“ a je čtvrtletně přehodnocováno. Společnosti zahrnuté v tomto indexu představují zhruba 80 % celkového britského akciového trhu. Index je v současné době spravován firmou FTSE Group.

Tab. 2.2: 5 společností, které mají největší podíl na indexu FTSE 100

Jméno společnosti	Oblast	Tržní kapitalizace v mil GBP	Podíl na FTSE 100
HSBC HLDGS	Bankovníctví	116 398	7,89%
BP	Oleje a paliva	82 161	5,53%
VODAFONE GROUP	Telekomunikace	79 524	5,35%
ROYAL DUTCH SHELL A	Oleje a paliva	77 229	5,20%
GKAXOSMITHKLINE	Farmaceutika	65 732	4,42%
CELKEM		421 044	28,39%

Zdroj: www.klubinvestoru.cz: data k 30.11.2012

2.2.2 Frankfurtská burza (Frankfurter Wertpapierboerse)

V současnosti v Německu působí osm burz cenných papírů (Frankfurter Wertpapierboerse, Rheinisch-Westfaelische Boerse zu Duesseldorf, Bayerische Boerse, Hanseatische Wertpapierboerse zu Hamburg, Baden-Wuertembergerische Wertpapierboerse zu Stuttgart, Berliner Wertpapierboerse, Niedersaechsische Boerse zu Hannover, Bremer Wertpapierboerse), z nichž nejdůležitější burzou cenných papírů je burza ve Frankfurtu, kde se realizuje rozhodující část burzovních obchodů.

Frankfurtská burza je součástí holdingové skupiny Deutsche Boerse AG. Má velice dlouhou historii a její rozvoj úzce souvisí s postavením Frankfurtu jako veletržního města.

⁴ Musílek, Trhy cenných papírů (2002, str. 70)

Finanční, bankovní a burzovní operace se provádí v tomto městě už od 13. století. Skutečná burza vznikla v roce 1585. Dominantní postavení v Německu měla tato burza až do vyhlášení německého císařství v roce 1871, kdy se velká část obchodu s akciemi přesunula na burzu v Berlíně, a ve Frankfurtu se tedy obchodovalo s dluhopisy. Po druhé světové válce se Frankfurtská burza opět stala v Německu tou nejvýznamnější.

Frankfurter Wertpapierboerse je veřejno-právní instituce. Nejvyšším orgánem burzy je burzovní rada, která se skládá ze zástupců členských bank, makléřů, emitentů a investorů. Počet členů burzy je 450 a je zde 600 kótovaných společností. Burza podléhá internímu i externímu dohledu.

Na burze je používán jak prezenční obchodní systém, tak elektronický. Prezenční systém má charakter systému řízeného příkazy. Elektronický systém se jmenuje XETRA a má charakter kombinovaného obchodního systému, obsahující prvky centrální objednávkové knihy, jednotné ceny aukce a systému řízeného kvótami.

Z hlediska zákonných podmínek pro přijetí k burzovnímu obchodování na Frankfurtské burze se rozlišují tři trhy:

- úřední obchod,
- regulovaný trh,
- volný trh.

Burza zavedla vlastní rozdělování burzovního trhu do následujících segmentů:⁵

- DAX – zahrnuje 30 největších „blue chips“ z úředního nebo regulovaného trhu,
- MDAX – zahrnuje 70 podniků střední velikosti z úředního a regulovaného trhu,
- SMAX – zahrnuje 100 podniků malé a střední velikosti z úředního a regulovaného trhu,
- Nový trh – vytvořen v roce 1997 pro nově vzniklé a rychle rostoucí akciové společnosti,
- XTF – umožňuje transakce s burzovně obchodovatelnými fondy.

Vypořádání uzavřených burzovních obchodů průběžným způsobem zabezpečuje Deutsche Boerse Clearing AG. Vypořádání funguje na principu dodání cenných papírů proti jejich zaplacení druhý obchodní den následující po dni uzavření transakce (T + 2).

⁵ Musílek, Trhy cenných papírů (2002, str. 72)

Hlavním indexem je DAX 30, používaný od roku 1987, jehož počáteční hodnota byla stanovena na 1 000 bodů. Index zahrnuje 30 hlavních německých společností (*blue chips*) s největší tržní kapitalizací obchodovaných na frankfurtské burze a zároveň jde o jeden z nejdůležitějších akciových indexů na světě, který vyjadřuje stav německého hospodářství. Složení indexu se opírá o kombinovaný rating zaměřený na „free float value“ a objemy burzovních obchodů (likvidity), a je hodnoceno na čtvrtletní bázi. Ceny jsou přebírány z elektronického obchodního systému Xetra. Společnosti v indexu zahrnují asi 80 % celkové tržní kapitalizace německých firem obchodovaných na burze.

Tab. 2.3: 5 společností, které mají největší podíl na indexu DAX 30

Jméno společnosti	Oblast	Tržní kapitalizace v mil EUR	Podíl na DAX 30
SIEMENS AG NA	Elektrotechnika	62 803	9,90%
BASF SE NA O.N.	Chemický průmysl	62 364	9,90%
BAYER AG NA	Farmaceutika	55 818	8,80%
SAP AG O.N.	Software	50 718	8,00%
ALLIANZ SE VNA O.N.	Pojišťovnictví	42 984	6,80%
CELKEM		274 690	43,40%

Zdroj: www.klubinvestoru.cz: data k 4.11.2012

2.2.3 Švýcarská burza (Zurich Börse)

Ve Švýcarsku burzy postupně vznikaly v těchto třech velkých městech: Ženeva (1850), Basilej (1866) a Curych (1873). Časem se spojily do jednoho velkého finančního centra, sídlícího v Curychu. Jako první na světě zde bylo zavedeno automatické obchodování, a to již v roce 1995. Tento krok výrazně posílil rozvoj bankovníctví a švýcarské banky jsou svou spolehlivostí známy dodnes.

Švýcarská burza, originálním názvem Zurich Börse, sídlí v Curychu. Zprostředkovává obchody cenných papírů, jako jsou švýcarské státní dluhopisy a akcie. Řízena je sdružením 55 bank. Každá z těchto bank má stejná hlasovací práva ve věci rozhodování a řízení burzy. Na burze je 257 členů a 282 kótovaných společností. Vypořádání dochází v čase $T + 3$.

Švýcarská burza se dělí na 3 segmenty:⁶

- Central Limit Order Book (CLOB) - Blue Chips, Mid - and Small-Caps, Secondary Listing, Separate Trading Lines, Investment Funds, Rights, CHF Bonds,

⁶ Portál <http://www.klubinvestoru.com>, 2012

- Market Maker Book (MMB) - Exchange Traded Funds, Exchange Traded Structured Funds, Exchange Traded Products, International Bonds, Derivatey,
- Market Maker Book - Fill or Kill (MMB -FoK) - International Bonds.

Hlavní švýcarský akciový index, je opět tvořen pouze „blue chips“ společnostmi. Jedná se o 20 large a mid cap společností ze Švýcarska nebo Lichtenštejnska. Existuje od roku 1998, kdy začal na hodnotě 1500 bodů. Složení indexu je přehodnocováno pouze jednou ročně. Firmy, které tvoří SMI, mají zahrnovat více jak 90 procent tržní kapitalizace všech firem obchodovaných na burze v Curychu.

Tab. 2.4: 5 společností, které mají největší podíl na indexu SMI

Jméno společnosti	Oblast	Tržní kapitalizace v mil CHF	Podíl na SMI
NESTLE N	Potravinářství	203 001	24,66%
NOVARTIS N	Zdravotnictví	162 642	19,38%
ROCHE GS	Zdravotnictví	170 583	15,48%
ABB LTD N	Strojírenství	44 859	5,66%
UBS N	Bankovníctví	60 942	5,55%
CELKEM		642 027	70,73%

Zdroj: www.klubinvestoru.cz: data k 22.1.2013

3 SOUDOBÉ PŘÍSTUPY K MODELOVÁNÍ VOLATILITY

V centru zájmů finančních analýz, zaměřených jak teoreticky, tak i prakticky, je modelování a předpovídání volatility. Je to tomu tak, protože právě volatilita, která je uvažovaná jako směrodatná odchylka různých ukazatelů výnosnosti či ztrátovosti, je dnes základní mírou rizikovosti finančních aktiv. Při predikci volatility se vychází z finančních časových řad.

3.1 Časové řady

V klasické ekonometrii lze data dělit do tří skupin:

- časová data neboli časové řady, což jsou hodnoty určité veličiny pozorované v určitém časovém intervalu s určitou frekvencí,
- průřezová data, tzn., že hodnoty určité veličiny jsou pozorované ve stejný časový okamžik přes určitý populační soubor,
- panelová data, tj. kombinace časových a průřezových dat, viz Cipra (2008).

Časová řada je posloupnost věcně a prostorově srovnatelných pozorování. Pozorování jsou uspořádána z hlediska času ve směru minulost – přítomnost. Intervaly hodnot jsou zpravidla rovnoměrné a lze je zapsat jako: $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, neboli y_t , kde $t=1, 2, \dots, n$, kde y je pozorovaný ukazatel, t je časová proměnná s celkovým počtem pozorování n , viz Hančlová (2003).

Časové řady je možné dělit dle několika hledisek. Dle charakteru ukazatele lze časové řady dělit na okamžikové (hodnota ukazatele k určitému okamžiku) a intervalové (je sledován určitý interval ukazatele). Podle druhů ukazatelů se rozlišují časové řady s absolutními ukazateli (očištěné) a odvozenými ukazateli (poměrové, průměrné, součtové). Podle periodicity jsou časové řady děleny na krátkodobé a dlouhodobé. Dlouhodobé časové řady jsou data s frekvencí měsíční, čtvrtletní nebo roční, což je specifické pro ekonomické časové řady. Krátkodobé časové řady jsou data s větší frekvencí, tj. týdenní, denní nebo mohou být i hodinová. Jedná se o finanční časové řady, které jsou tvořeny finančními daty.

3.1.1 Finanční časové řady

Finanční časové řady jsou tvořeny vysokofrekvenčními daty, která lze najít na finančních trzích. Existují tři druhy finančních trhů, a to dluhopisové, akciové a devizové. Na trzích se obchoduje s dluhovými cennými papíry, akciemi a peněžními prostředky v různých

měnách. Základní informací těchto trhů jsou ceny, jež jsou sledovány v určité časové frekvenci, a vytváří tzv. finanční časové řady, viz Arlt (2003).

Ceny P_t jednotlivých finančních aktiv, která jsou nejčastěji sledována v denní nebo hodinové frekvenci, lze na výnosy r_t přepočítat dvěma způsoby:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \text{ nebo} \quad (3.1)$$

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right). \quad (3.2)$$

V této práci je pro přepočet ceny na výnosy použit druhý způsob, tedy spojitý výnos.

Ve srovnání s jinými ekonomickými časovými řadami mají ty finanční specifické vlastnosti a tvarové odlišnosti dané hlavně mikrostrukturou finančních trhů, na kterých jsou generovány. Klasické časové řady jsou sledovány ročně, čtvrtletně nebo měsíčně. Na finančních trzích probíhá obchodování každý pracovní den. Proto jsou data z těchto trhů převážně denní, ale mohou být také hodinová. To je důvodem, proč zde existuje vyšší a proměnlivá variabilita. Množství těchto dat dává také prostor k použití nelineárních modelů. U kratších časových řad to není možné. Charakteristickým rysem je dále trendová a cyklická složka. Sezónní složka se téměř neprojevuje, ale není možné ji vyloučit, viz Arlt (2003).

3.1.2 Předpoklady a charakteristiky finančních časových řad

Aby mohly být časové řady modelované, musí splňovat určité předpoklady, a to předpoklad normality, linearity, stacionarity aj. Blíže budou specifikovány předpoklady normality a linearity. Finanční časové řady mají své charakteristické vlastnosti, jimiž jsou leptokurtické rozdělení, shlukování volatility (*volatility clustering*) a pákový efekt (*leverage effect*).

Předpoklad normality

Jedním ze základních předpokladů, ze kterého se při modelování vychází, je že logaritmy výnosů mají normální rozdělení, tzn. konstantní střední hodnotu μ a konstantní rozptyl σ^2 , tedy $r_t \sim N(\mu, \sigma^2)$. Rozdělení je charakteristické symetričností. Šikmost (SK) rozdělení je dána vztahem:

$$SK = E\left[\frac{(r_t - \mu)^3}{\sigma^3}\right] = 0. \quad (3.3)$$

a špičatost (K) je definovaná vztahem:

$$K = E\left[\frac{(r_t - \mu)^4}{\sigma^4}\right] = 3. \quad (3.4)$$

Výběrový bodový odhad je dán vztahem:

$$S\hat{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^3}{s^3}, \quad (3.5)$$

kde \bar{r} je výběrová střední hodnota logaritmů výnosů:

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \quad (3.6)$$

a s je výběrový rozptyl:

$$s = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}. \quad (3.7)$$

Výběrový bodový odhad se vypočte jako:

$$\hat{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \bar{r})^4}{s^4}, \quad (3.8)$$

viz Arlt (2003).

Pro testování normality se používá Jarque-Berra test (JB test), který je vypočítán v programu E-Views dle vzorce:

$$JB = \frac{T-k}{6} \cdot \left(\hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4} \right), \quad (3.9)$$

kde T je počet pozorování v časové řadě, a k je počet parametrů, které byly použity k vytvoření modelu časové řady.

Skutečné rozdělení logaritmů výnosů je často špičatější než normální rozdělení. Tato skutečnost znamená, že nízké kladné a záporné výnosy se objevují častěji, než předpokládá normální rozdělení. S tímto souvisí vlastnost leptokurtického rozdělení.

Leptokurtické rozdělení je specifická vlastnost finančních řad, která souvisí právě se skutečným rozdělením logaritmů. Je to hustota rozdělení pravděpodobnosti, která má „vyšší špičku a těžší konce“. Takové rozdělení má nulovou střední hodnotu, jednotkový rozptyl a kladný koeficient špičatosti.

Předpoklad linearity

Dalším důležitým předpokladem je také to, že logaritmy výnosů jsou nekorelované nebo na sobě nezávislé náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem. Nekorelované logaritmy se nazývají proces bílého šumu. Proces striktního bílého šumu se nazývá nezávisle logaritmy výnosů, viz Arlt (2003).

Lineární modely předpokládají pouze korelační závislost, proto se pro charakteristiku finančních časových řad používají modely nelineární. Jelikož nelineární modely vycházejí z nelineárních funkcí řady stejně rozdělených náhodných veličin, mohou předpokládat obecnější formy závislosti.

3.1.3 Volatilita

Vlastností volatility je vytváření shluku a pákový efekt. Shlukování volatility (*volatility clustering*) znamená, že se volatilita finančních trhů objevuje ve shlucích vysokých a nízkých volatilit, tzn., že vysoká volatilita bývá v dalším období následovaná opět vysokou volatilitou a stejně je tomu tak v případě nízkých hodnot. Pákový efekt (*leverage effect*) je pozorován tehdy, když volatilita reaguje odlišně na pozitivní a negativní šoky. Jedná se o tendenci volatility zvyšovat se více po cenovém poklesu než po cenovém růstu stejné velikosti, viz Cipra (2008).

Čím je volatilita vyšší, tím je větší cenové rozpětí, ve kterém se pohybuje cena daného instrumentu. S vyšší volatilitou roste podstupované riziko.

Rozlišuje se podmíněná (krátkodobá volatilita), která se v čase mění. Zjišťuje se např. pomocí modelů GARCH a nepodmíněná (dlouhodobá volatilita). Ta není závislá na čase a její výpočet se liší s konkrétním použitým modelem.

3.2 Statistické metody odhadu finančních modelů

Finanční modely je možné odhadovat několika způsoby. Mezi nejpoužívanější metody odhadu patří:

- metoda nejmenších čtverců,
- metoda maximální věrohodnosti,
- metoda momentu.

Metoda nejmenších čtverců je nejčastěji používanou. Při hledání odhadu parametru se postupuje tak, že se vzhledem k těmto parametrům minimalizuje součet čtverců. Model musí splňovat určité podmínky:

- $E(\varepsilon_t) = 0$, tj. střední hodnota reziduální složky musí být nulová pro všechna t ;
- $\text{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 < \infty$, tj. rozptyl reziduální složky je konstantní a konečný pro všechna t (homoskedasticita);
- $\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0$ pro $s \neq t$, tj. reziduální složky jsou navzájem nekorelované pro všechna $s \neq t$ (není autokorelace);
- $\text{cov}(x_{it}, \varepsilon_t) = 0$, tj. regresory jsou ve stejném čase nebo pro tutéž průřezovou jednotku nekorelované s reziduální složkou pro všechna i a t .⁷

Nejsou-li splněny výše uvedené podmínky, je vhodné použít jinou metodu odhadu.

Metoda maximální věrohodnosti má určité nevýhody, především to, že je zde nutné pracovat s konkrétním typem pravděpodobnostního rozdělení reziduálních složek modelu. Tyto nevýhody ty jsou ovšem vyváženy výhodami modelu. Odhady touto metodou jsou konzistentní, asymptoticky normální a asymptoticky eficientní v tom smyslu, že se jejich rozptyly pro velké rozsahy T blíží spodním hranicím pro rozptyly odhadů daných parametrů. Nezanedbatelnou výhodou je invariance vzhledem k definici parametrů.

Metoda vychází z předpokladu, že je známé rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých pokusů $f(\vec{\theta}, y_t, x_t)$, kde $\vec{\theta}$ jsou hledané parametry regresní funkce, y_t je závislá proměnná a x_t nezávislá proměnná. Regresní funkce je posléze hledaná prostřednictvím maximalizace hodnoty funkce sdruženého rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých pokusů, která se nazývá funkce věrohodnosti,

⁷ Cipra, Finanční ekonometrie (2008, str. 40)

$$L(\vec{\theta}) = \prod_t f(\vec{\theta}; y_t, x_t) \rightarrow \max. \quad (3.10)$$

Po logaritmické transformaci je získán výraz:

$$\ln L(\vec{\theta}) = \sum_t \ln f(\vec{\theta}; y_t, x_t) \rightarrow \max. \quad (3.11)$$

Předpokládá-li se, že se hledají parametry lineární regresní funkce $y_t = a + b \cdot x_t$, tedy $\vec{\theta} = [a; b]$ a že pokusy mají normální rozdělení, pak:

$$L(a; b) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot (y_t - a - b \cdot x_t)^2 \right], \quad (3.12)$$

$$\ln L(a; b) = \sum_t \ln \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot -\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \sum_t (y_t - a - b \cdot x_t)^2, \quad (3.13)$$

což musí být maximalizováno. K tomu je potřeba, aby výraz $\sum_t (y_t - a - b \cdot x_t)^2$ byl minimalizován, viz Zmeškal (2004).

Metoda momentu zastřešuje dosud uvedené odhadové metody. Tato metoda nevyžaduje platnost silných předpokladů. Metoda momentu je založena na teoretickém vyjádření momentů určitých veličin vyplývajících z odhadovaného modelu a závisejících na parametrech daného modelu. Spočívá tedy v tom, že se porovnává k -prvních obecných momentů s hodnotami jejich výběrových protějšků. Tím je získáno k rovnic v proměnných a za řešení je možné považovat bodové odhady parametrů.

Pro modelování volatility pomocí modelu GARCH a EGARCH nemůžeme použít metodu nejmenších čtverců, neboť jedním z předpokladů je homoskedasticita.

V praktické části je tedy pro odhad vybraných modelů použita metoda maximální věrohodnosti.

V následující podkapitole budou popsány modely volatility.

3.3 Modely volatility

V této podkapitole bude popsána historická volatilita, první přístupy modelování volatility a soudobé přístupy.

3.3.1 Historická volatilita a modely EWMA

Historická volatilita (viz kapitola 2.1.1) je nejstarším přístupem k volatilitě. I když se přístup pomocí historické volatility v počátcích používal např. pro předpověď volatility podkladového aktiva při výpočtu opční premie dle Black-Scholesovy formule, jeho dnešní význam se omezuje na stanovení srovnávacích hodnot (*benchmarks*) pro posouzení efektivnosti komplexnějších modelů volatility.⁸

Rozšířením předchozího přístupu volatility vznikly modely EWMA (*Exponentially Weighed Moving Average*). Tyto modely představují obdobu jednoduchého exponenciálního vyrovňování pro volatilitu. Na rozdíl od historické volatility při průměrování váží tím způsobem, že váhy klesají exponenciálně do minulosti. Díky tomuto má model EWMA ve srovnání s historickou volatilitou několik předností:

- v praxi se ukazuje, že aktuálnější pozorování ovlivňují volatilitu více, než pozorování starší,
- protože model EWMA starším hodnotám přiřazuje nižší váhu, redukuje se tak samovolně problém odlehlého pozorování, které může nabývat abnormálních hodnot. Tato hodnota se s postupem času snižuje, jakmile tedy dojde k jejímu vypadnutí z pozorovaného období, výsledek volatility se výrazně nezmění. Abnormální hodnota představuje také problém, když přetrvává v časové řadě a finanční trh se již dávno uklidnil, viz Cipra (2008).

3.3.2 Soudobé přístupy modely volatility

Základní charakteristickou vlastností výnosů finančních časových řad je leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti, které je oproti normálnímu rozdělení pravděpodobnosti strmější. Dalšími důležitými vlastnostmi je proměnlivá volatilita, shlukování volatility a pákový efekt.

Modely volatility charakterizují podmíněnou heteroskedasticitu, a právě proto se také nazývají modely podmíněné heteroskedasticity. Základy těmto modelům položil Robert F. Engle, když v roce 1982 popsal model ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), který aplikoval na modelování inflace ve Velké Británii. ARCH model vyjadřuje odraz rizika a nejistoty ve finančních časových řadách.

Význam modelů volatility spočívá v tom, že lze zachytit měnící se podmínky nejistoty na finančním trhu a díky tomu jsou praktické aplikace těchto modelů značné. Jsou používány

⁸ Cipra, Finanční ekonometrie (2008, str. 380)

k empirickému ověřování ekonomických a finančních teorií týkajících se finančního trhu. Využívají se také např. při tvorbě optimálního portfolia či analýze Value at Risk a lze jimi zpřesnit intervalové předpovědi v časových řadách.

Z hlediska autokorelační struktury časových řad se jedná o modely nelineární, jelikož charakterizují vývoj podmíněného rozptylu stochastického procesu. Také zahrnují závislost mezi veličinami stochastického procesu, které nejsou lineární. Z hlediska funkční formy modelu podmíněného rozptylu se však modely volatility rozlišují na:

- lineární, např. model ARCH, GARCH, IGARCH, FIGARCH, GARCH-M atd,
- nelineární, např. model EGARCH, IEGARCH, GJR-GARCH, STGARCH, VS-GARCH atd.

Modely volatility vycházejí ze stacionárního autoregresního procesu prvního řádu, tj. AR(1), který lze vyjádřit:

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.14)$$

kde $|\phi_1| < 1$ a $\{\varepsilon_t\}$ je podmíněně heteroskedastický proces s podmíněnou střední hodnotou $E(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = 0$ a podmíněným rozptylem $D(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = E(\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}) = \sigma_t^2$, kde Ω_{t-1} je relevantní minulá informace až do času $t-1$. Tyto požadavky splňuje model procesu $\{\varepsilon_t\}$ ve tvaru:⁹

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \cdot e_t, \quad (3.15)$$

kde jsou veličiny nezávislé s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem.

Pokud je rozdělení náhodné veličiny e_t za podmínky informace, která je k dispozici v čase $t-1$, tj. $e_t \sim N_{t-1}(0,1)$, pak je rozdělení náhodné veličiny X_t za podmínky informace, která je v čase $t-1$, také normální, ale s podmíněným rozptylem, měnícím se v závislosti na čase, tedy $X_t \sim N_{t-1}(0, \sigma_t^2)$, viz Arlt (2003).

Pro modelování volatility v této diplomové práci budou použity dva modely, které budou blíže popsány. Jeden symetrický (lineární) model – GARCH a jeden nesymetrický (nelineární) model – EGARCH.

⁹ Arlt, Finanční časové řady (2003, str. 163)

Hlavní rozdíl mezi lineárními a nelineárními modely GARCH spočívá v tom, jak reagují na kladné a záporné změny výnosů (pákový efekt). Lineární model GARCH předpokládá, že se kladné i záporné tržní šoky promítají do podmíněného rozptylu symetricky. Nelineární modely GARCH umožňují volatilitě reagovat na tyto šoky asymetricky.

Kritériem hodnocení modelu v této práci bude nižší směrodatná odchylka a maximalizace věrohodnostní funkce.

Model GARCH

Autorem modelu GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) je v roce 1986 dánský ekonom Tim Petter Bollerslev. GARCH je symetrický model volatility a je zobecněním předchozího modelu ARCH.

GARCH model se řadí mezi mean-reversion modely a existuje několik jeho modifikací. Pracuje s podmíněným rozptylem, který může záviset na svých předchozích zpožděných hodnotách. Jedná se o jeden z nepoužívanějších modelů finančních časových řad.

Podmíněný rozptyl modelu GARCH má tvar:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2, \quad (3.16)$$

kde ω je úroňová konstanta, α parametr citlivosti náhodné chyby a β je parametr citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu. Platí, že $\varepsilon_t = \sqrt{\sigma_t^2} \cdot e_t$, kde e je náhodná veličina a zároveň platí, $e \sim N(0,1)$, viz Arlt (2003).

Aby mohl být model použit, musí být splněny tři následující podmínky:

$$\omega > 0, \quad \alpha + \beta < 1, \quad \alpha, \beta > 0. \quad (3.17)$$

První dvě podmínky garantují, že nepodmíněný rozptyl $\bar{\sigma}^2$ je vždy kladný a konečný. Třetí podmínka garantuje kladný podmíněný rozptyl σ_t^2 tak, že omezuje kladné hodnoty parametrů modelu GARCH. Nejsou-li tyto podmínky splněny, nebo se $\alpha = 0$, nemůže být GARCH model použit, viz Alexander (2008).

Parametr citlivosti náhodné chyby α vyjadřuje míru reakce podmíněné volatility na tržní šoky předchozího období. Čím je koeficient α větší, tím je na tržní změny volatilita citlivější. Parametr citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu β vyjadřuje stálost podmíněné volatility bez ohledu na změny trhu. S vyšším koeficientem β vliv tržní krize na volatilitu

doznívá déle. Součet α a β udává míru konvergence podmíněného rozptylu, jinak řečeno, vyjadřuje, jak rychle se podmíněný rozptyl vrací k dlouhodobému průměru (k dlouhodobému nepodmíněnému rozptylu). Pokud je tento součet vysoký (tj. 0,99 a více), časová struktura předpovědi volatility pomocí modelu GARCH je relativně plochá. Dlouhodobý nepodmíněný rozptyl se vypočte následovně:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1 - (\alpha + \beta)}. \quad (3.18)$$

Odhad modelu GARCH pomocí metody maximální věrohodnosti dle (3.10) a (3.12) vypadá takto:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{t,t-1}^2}} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_{t,t-1}^2} \right], \quad (3.19)$$

kde $\theta = [\omega; \alpha; \beta]$. Po logaritmické transformaci dle (3.11) a (3.13) je získán vztah:

$$\ln L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(\sigma_{t,t-1}^2) + \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_{t,t-1}} \right)^2 \right]. \quad (3.20)$$

Následně stačí dosadit model GARCH do metody maximální věrohodnosti a celý výraz maximalizovat:

$$\sum_t l = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(\omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2) + \left(\frac{\varepsilon_t}{\omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \cdot \sigma_{t-1}^2} \right)^2 \right] \rightarrow \max. \quad (3.21)$$

Model EGARCH

Model EGARCH (*Exponentially Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) je prvním modelem volatility, který byl schopen zachytit asymetrický efekt. Oproti symetrickému modelu GARCH, který podává ekvivalentní výsledky již při datech týdenních, model EGARCH téměř vždy odpovídá datům s denní frekvencí.

EGARCH model je, jak již z názvu vyplývá, exponenciální GARCH model, jež byl navržen Nelsonem v roce 1991. Tento model popisuje vztah mezi logaritmem podmíněného

rozptylu a minulými šoky, což zaručuje nezápornost podmíněného rozptylu a není tedy potřeba klást žádná omezení.

Standardizovaný model EGARCH podmíněného rozptylu je definován pomocí standardizované normální proměnné z_t a asymetrické funkce odpovědi:

$$g(z_t) = \theta z_t + \gamma \cdot \left(|z_t| - \sqrt{2/\pi} \right), \quad (3.22)$$

kde z_t je náhodná veličina s normálním normovaným rozdělením $z_t \sim N(0,1)$ a vypočítá se dle vztahu:

$$z_t = \left(\frac{r_t - \bar{r}}{\hat{\sigma}_t} \right), \quad (3.23)$$

kde $\hat{\sigma}_t$ je počáteční odhad podmíněné standardizované odchylky. Poté je logaritmus podmíněného rozptylu vypočten následovně:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + g(z_{t-1}) \cdot \beta \ln(\sigma_{t-1}^2). \quad (3.24)$$

Není nutné klást omezující podmínky, které by zaručily kladný rozptyl, jelikož jej zaručuje samotný vzorec pro logaritmus. Nepodmíněný dlouhodobý rozptyl $\bar{\sigma}^2$ je dán vztahem:

$$\bar{\sigma}^2 = \exp \cdot \left(\frac{\omega}{1 - \beta} \right). \quad (3.25)$$

Odhad modelu EGARCH pomocí metody maximální věrohodnosti se vypočte dle vztahu (3.10) a (3.12), tedy stejně jako model GARCH, jen s rozdílnými parametry:

$$L(\omega, \theta, \gamma, \beta) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{t,t-1}^2}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_{t,t-1}^2} \right]. \quad (3.26)$$

Po logaritmické transformaci dle vztahu (3.11) a (3.13) je získán vztah:

$$\ln L(\omega, \theta, \gamma, \beta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\ln(\sigma_t^2) + \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \right)^2 \right). \quad (3.27)$$

Následně stačí opět dosadit model EGARCH do metody maximální věrohodnosti a celý výraz maximalizovat:

$$\sum_t l = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(\omega + g(z_{t-1}) + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2)) + \left(\frac{\varepsilon_t}{\omega + g(z_{t-1}) + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2)} \right)^2 \right] \rightarrow \max. \quad (3.28)$$

3.4 Predikce volatility

Jedním z cílů konstrukce lineárních a nelineárních modelů volatility je jejich využití pro tvorbu předpovědí volatility. Tyto předpovědi jsou v mnoha finančních aplikacích (při oceňování opcí, při zkoumání vztahu mezi volatilitou akciového trhu a obchodním cyklem, atd.) důležité samy o sobě, využívají se však také při konstrukci intervalových předpovědí vycházejících z lineárních a nelineárních úrovnových modelů.¹⁰

Predikci volatility je možné zkoumat ex-ante nebo ex-post. Pomocí metody ex-ante se odhaduje vývoj volatility v budoucnu na základě současných dat. Metoda, která využívá k modelování a predikci volatility historická data se nazývá ex-post.

K posouzení užitečnosti modelů se používají ztrátové funkce (*loss function*). Tyto funkce jsou vypočítány pro každý model, a pokud je test významný, lze říci, že model s nižší ztrátovou funkcí je lepší. V této práci je pro zhodnocení užitečnosti modelů zvolena funkce RMSE (*Root Mean Squared Error*). RMSE se vypočte dle vztahu:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2}, \quad (3.29)$$

kde T je počet predikovaných období.

3.4.1 Predikce volatility pomocí modelu GARCH

Pokud pro predikci volatility vyjdeme z období t , je vztah pro jednokrokovou předpověď dán vztahem:

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \hat{\omega} + \hat{\alpha} \hat{\varepsilon}_t^2 + \hat{\beta} \hat{\sigma}_t^2, \quad (3.30)$$

kde ε a σ^2 jsou v čase t známy. Potom pro dvoukrokovou předpověď, za využití předpokladu $E(\varepsilon_{t+1}^2) = \sigma_{t+1}^2$, platí:

¹⁰ Arlt, Finanční časové řady (2003, str. 181)

$$\hat{\sigma}_{t+2}^2 = \hat{\omega} + \hat{\alpha}E_t(\varepsilon_{t+1}^2) + \hat{\beta}\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \hat{\omega} + (\hat{\alpha} + \hat{\beta})\hat{\sigma}_{t+1}^2. \quad (3.31)$$

Z výše uvedeného lze odvodit vzorec pro S krokovou předpověď, kde $S \rightarrow \infty$. Vzorec vypadá následovně:

$$\hat{\sigma}_{t+S}^2 = \hat{\omega} + (\hat{\alpha} + \hat{\beta}) \cdot \hat{\sigma}_{t+S-1}^2. \quad (3.32)$$

3.4.2 Predikce volatility pomocí modelu EGARCH

Pokud pro predikci volatility vyjdeme z období t , je vztah pro jednokrokovou předpověď dán vztahem:

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \exp(\hat{\omega}) \cdot \exp(\hat{g}(z_t)) \cdot \hat{\sigma}_t^{2\hat{\beta}}. \quad (3.33)$$

Pro S krokovou předpověď, kde $S \rightarrow \infty$, kde C je konstanta, platí vztah:

$$\hat{\sigma}_{t+S}^2 = \hat{C} \cdot \exp(\hat{\omega} - \hat{\gamma} \cdot \sqrt{2/\pi}) \cdot \hat{\sigma}_{t+S-1}^{2\hat{\beta}}. \quad (3.34)$$

4 APLIKACE MODELŮ GARCH

V praktické části diplomové práce jsou provedeny odhady modelů GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti a predikce volatility pro akciové indexy FTSE 100, DAX 30 a SMI s denní frekvencí.

Kapitola je rozčleněna na několik částí dle indexů. Je provedena analýza časových řad a následně je vytvořen odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH metodou maximální věrohodnosti. Poté je predikována volatilita. Výsledky jsou mezi sebou porovnávány.

Kritériem hodnocení při rozhodování o výběru nejlepšího modelu je velikost maximalizace věrohodností funkce a menší směrodatná odchylka. Pro hodnocení predikce je použito kritérium RMSE.

4.1 Data a jejich charakteristika

V praktické části této práce jsou analyzovány jednotlivé časové řady. Data jsou získána z webových stránek společnosti Yahoo <http://finance.yahoo.com>. Jako vstupní data byly použity uzavírací ceny v národních měnách burzovních indexů FTSE 100, DAX 30 a SMI s denní, týdenní a měsíční frekvencí. Ceny jsou v období 1998 – 2013. K výpočtům jsou použity programy E-Views a MS Excel.

4.2 Charakteristické vlastnosti časových řad

Nejprve je provedena analýza časových řad akciových indexů, ve které jsou uvedeny grafy vývoje cen indexů. Všechny ceny jsou uvedené v národních měnách. Následně jsou ceny indexů přepočteny na logaritmické výnosy pomocí vzorce (3.2), v dalším kroku je testována normalita časové řady a jsou vypočteny charakteristiky variability a poloh. Poté jsou provedeny odhady modelů GARCH a EGARCH na jednotlivých časových řadách indexů za předpokladu normality. Dosažené výsledky jsou pak mezi sebou porovnány.

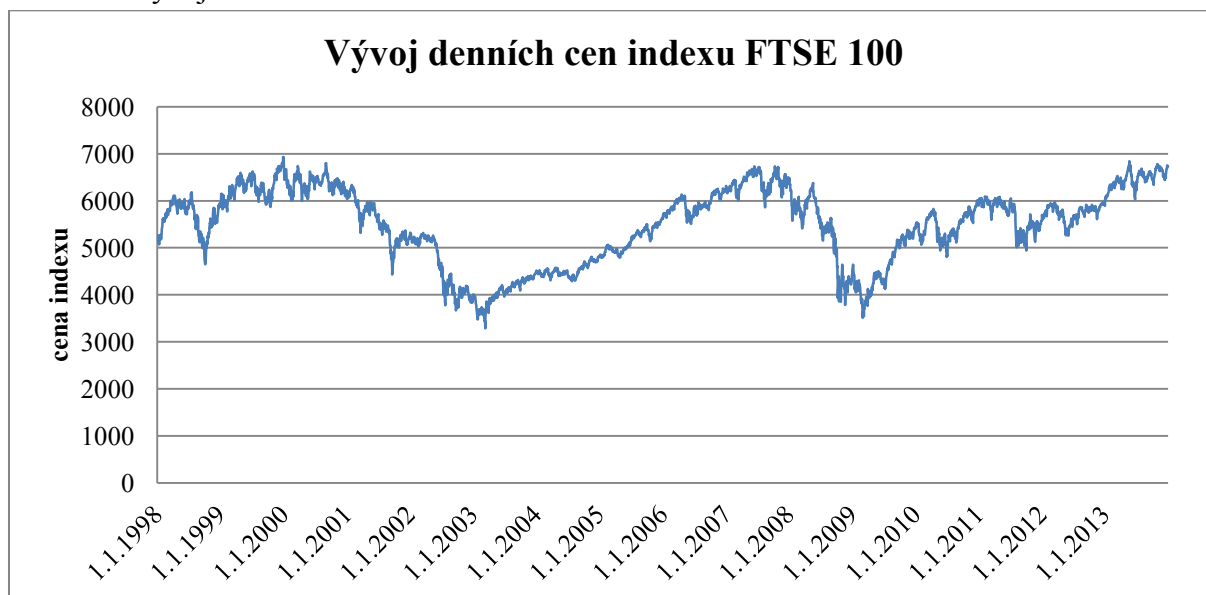
4.3 Odhad modelů pro akciový index FTSE 100

Podkapitola je rozdělena na tři části dle frekvence zachycení cen burzovního indexu FTSE 100.

4.3.1 Akciový index FTSE 100 s denní frekvencí

Vývoj denních cen burzovního indexu FTSE 100 je uveden v grafu 4.1.

Graf 4.1: Vývoj denních cen indexu FTSE 100

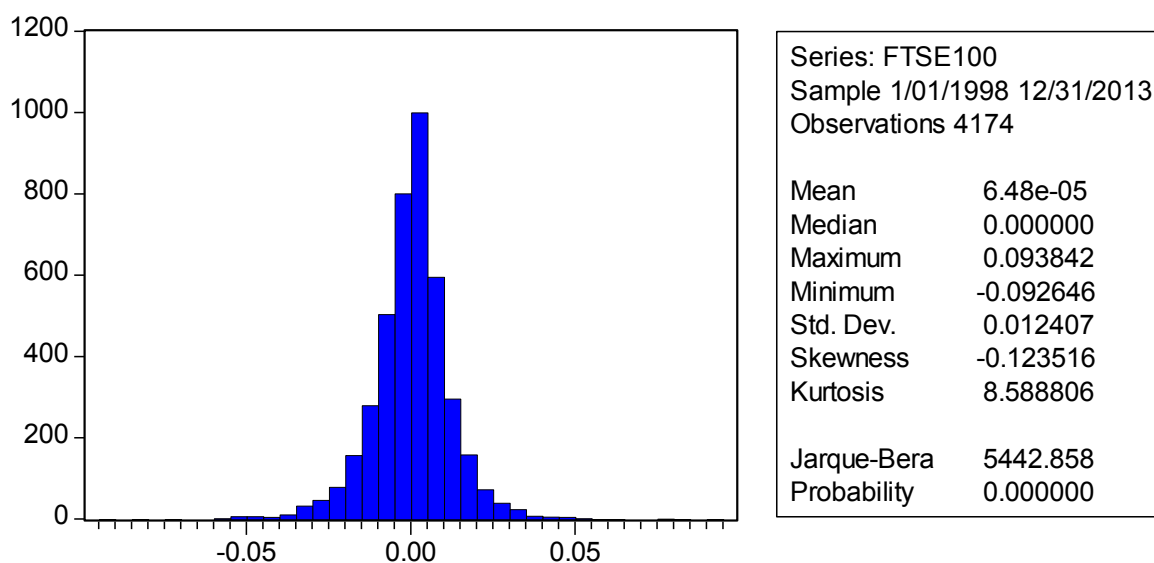


Zdroj: Vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.1 zachycuje uzavírací ceny indexu FTSE 100 s denní frekvencí dat od 1.1.1998 do 31.12.2013. Vývoj cen indexu je velmi volatilní. Je zde vidět zásah dvou krizí na finančních trzích. Nejprve hodnota indexu klesala od září 2000 do března roku 2003, kdy na finančních trzích splaskla technologická bublina, které předcházel prudký růst v 90. letech. Po ustálení situace na finančních trzích hodnota indexu začala opět růst a rostla až do října 2007. Od tohoto momentu pak hodnota začíná klesat, neboť se zde projevil vliv finanční krize. Cena indexu postupně klesala do března 2008, kde se ustálila a začátkem roku 2009 opět klesala. Hodnota indexu začala růst od dubna 2009. Nejvyšší cena za zobrazené období je v prosinci roku 1999.

Uzavírací ceny byly postupně přepočteny na výnosy pomocí vzorce (3.2). Předpoklad normality, kdy logaritmy výnosu r_t mají mít normální rozdělení s konstantní střední hodnotou μ a konstantním rozptylem σ^2 , který se testuje pomocí JB testu a základní statistické charakteristiky výnosů jsou zobrazeny níže.

Obr. 4.1: Histogram a popisné charakteristiky denních výnosů indexu FTSE 100



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Z Obr. 4.1 lze vyčíst, že střední hodnota μ logaritmů výnosů r_t je téměř nulová, šikmost se také pohybuje kolem nuly a rozdělení je vychýlené mírně vlevo. Špičatost je větší než 3, což znamená, že zobrazení rozdělení pravděpodobnosti je špičatější než normální. Z JB testu je zřejmé, že normalita rozdělení výnosů není potvrzena, neboť je jeho hodnota vyšší než kritická (5,99). Tímto se potvrdilo, že časové řady mají leptokurtické rozdělení s vyšší špičkou a těžšími konci, jak je uvedeno v podkapitole (3.1.1). Kladný medián vypovídá, že se denní výnosy indexu pohybují častěji v kladných hodnotách.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro denní výnosy indexu FTSE 100 jsou uvedeny v tabulce 4.1.

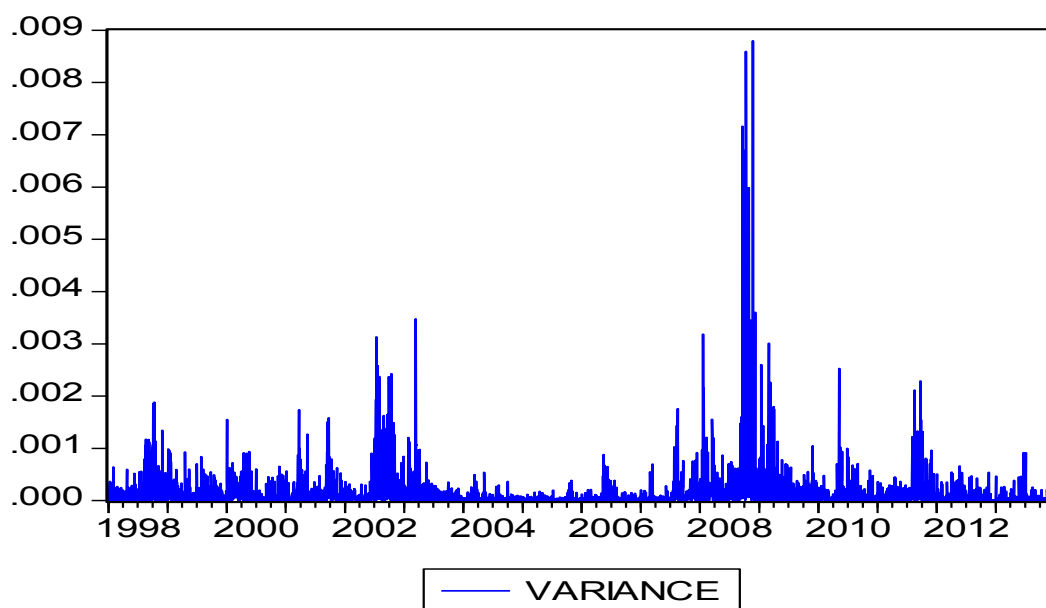
Tab. 4.1: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro denní výnosy indexu FTSE 100

Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000001	ω	-0,214983
α	0,090318	θ	0,104424
β	0,901885	γ	-0,103303
$\alpha+\beta$	0,992202	β	0,985419
LLH	13 184,35	LLH	13 255,82
dlouhodobý rozptyl	0,0169%	dlouhodobý rozptyl	0,00004%
směrodatná odchylka (σ)	0,01298	směrodatná odchylka (σ)	0,00063
RMSE	0,012410	RMSE	0,012405

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

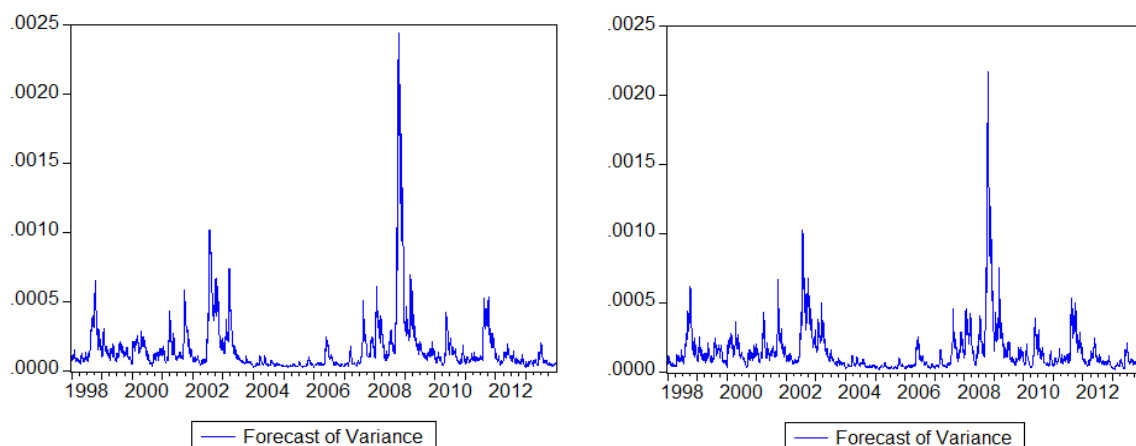
V modelu GARCH vyšel parametr β poměrně vysoký, což značí, že na podmíněnou volatilitu déle doznívá vliv tržní krize. Také součet $\alpha + \beta$ se pohybuje kolem hodnoty 0,99 a z toho vyplývá, že časová struktura předpovědi volatility pomocí GARCH modelu je relativně plochá. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita $\bar{\sigma}^2$ modelu GARCH vychází 0,0169 %. V modelu EGARCH dlouhodobá nepodmíněná volatilita vychází nižší 0,00004 %, což je dle Alexandra považováno za lepší. Směrodatná odchylka modelu GARCH je 0,01298. V modelu EGARCH vychází 0,00063. Pro modelování volatility indexu by tedy měl být vhodnější model EGARCH.

Obr. 4.2: Skutečný rozptyl indexu FTSE 100 s denní frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr 4.3: Predikce rozptylu indexu FTSE 100 s denní frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

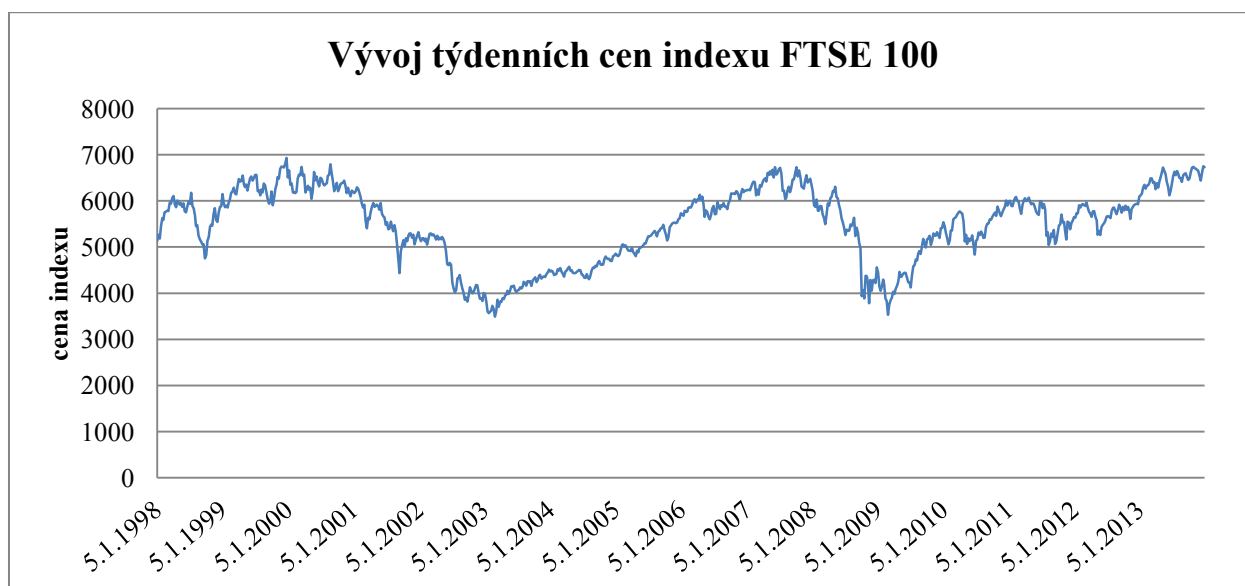
Predikované rozptyly obou modelů jsou velmi podobné. Jsou méně volatilní než skutečný rozptyl denních výnosů indexu, pohybují se však správným směrem. Oba modely se přibližují skutečnosti.

Při srovnání predikovaných rozptylů obou modelů, jde vidět, že se výsledky liší. Rozptyl modelu GARCH je volatilnější. Dle Alexandra, má model, který vykazuje celkově vyšší krátkodobou volatilitu, lepší vypovídací schopnost. V tomto případě se jedná o model GARCH. Jeho krátkodobá volatilita může být způsobena vysokým parametrem citlivosti zpoždění podmíněného rozptylu β , díky kterému na volatilitu déle doznívá vliv tržní krize. Doporučeným modelem pro predikci volatility je model EGARCH.

4.3.2 Akciový index FTSE 100 s týdenní frekvencí

Vývoj týdenních cen burzovního indexu FTSE 100 je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.2: Vývoj týdenních cen indexu FTSE 100

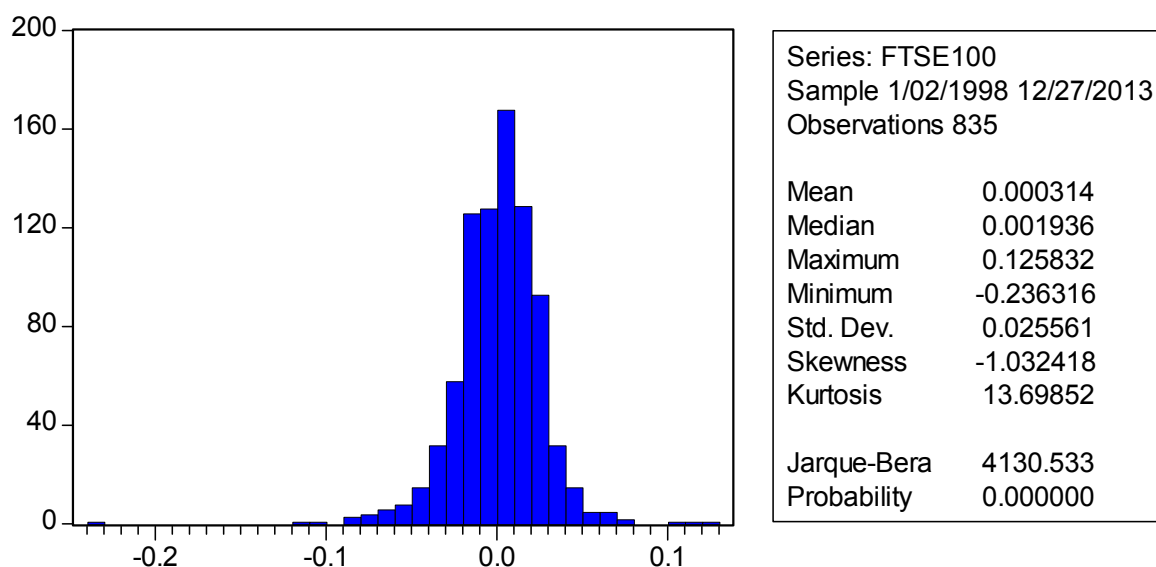


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf vývoje týdenních cen indexu FTSE 100 je téměř totožný s grafem 4.1 vývoje denních cen indexu. Jsou zaznamenány stejné vrcholy i propady tohoto indexu.

Uzavírací ceny byly přepočteny na výnosy pomocí vzorce (3.2). Byla testována normalita časových řad a byly propočteny základní statistické charakteristiky výnosů.

Obr. 4.4: Histogram a popisné charakteristiky týdenních výnosů indexu FTSE 100



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

U logaritmických výnosů s týdenní frekvencí se střední hodnota pohybuje také kolem nuly. Je však vyšší, než u dat s denní frekvencí. Normální rozdělení pravděpodobnosti se pomocí JB testu opět nepotvrdilo. Šikmost je záporná a špičatost vyšší než 3. Týdenní výnosy se pohybují častěji v kladných hodnotách.

Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH indexu FTSE 100 pro týdenní výnosy zobrazuje následující tabulka.

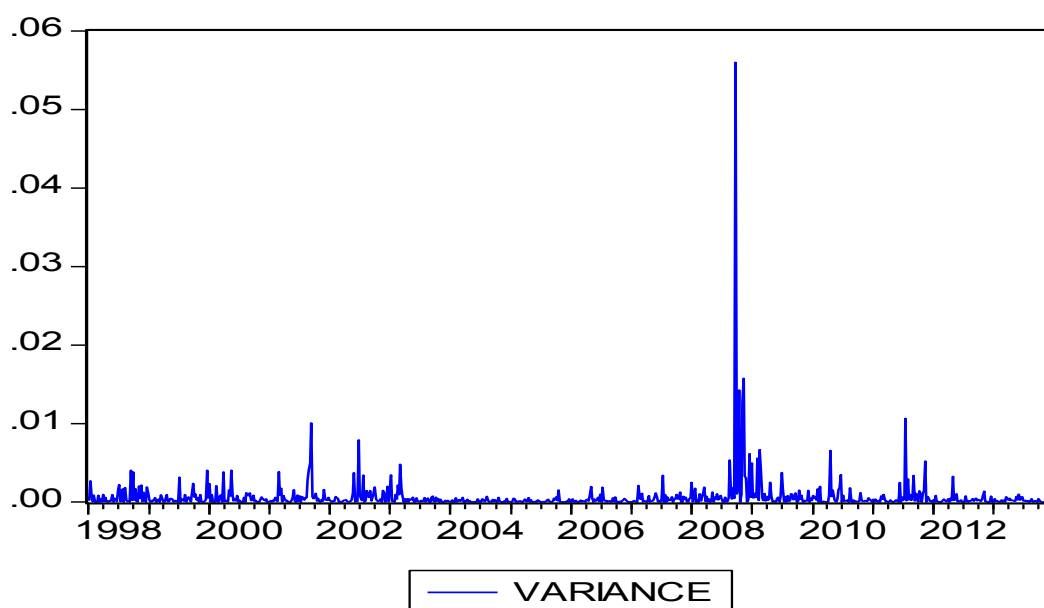
Tab. 4.2: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro týdenní výnosy indexu FTSE 100

Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000029	ω	-0,527004
α	0,202048	θ	0,144174
β	0,773211	γ	-0,200901
$\alpha+\beta$	0,975260	β	0,945799
LLH	1 926,27	LLH	2 006,29
dlouhodobý rozptyl	0,1158%	dlouhodobý rozptyl	0,0060%
směrodatná odchylka (σ)	0,03403	směrodatná odchylka (σ)	0,00774
RMSE	0,025581	RMSE	0,025548

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

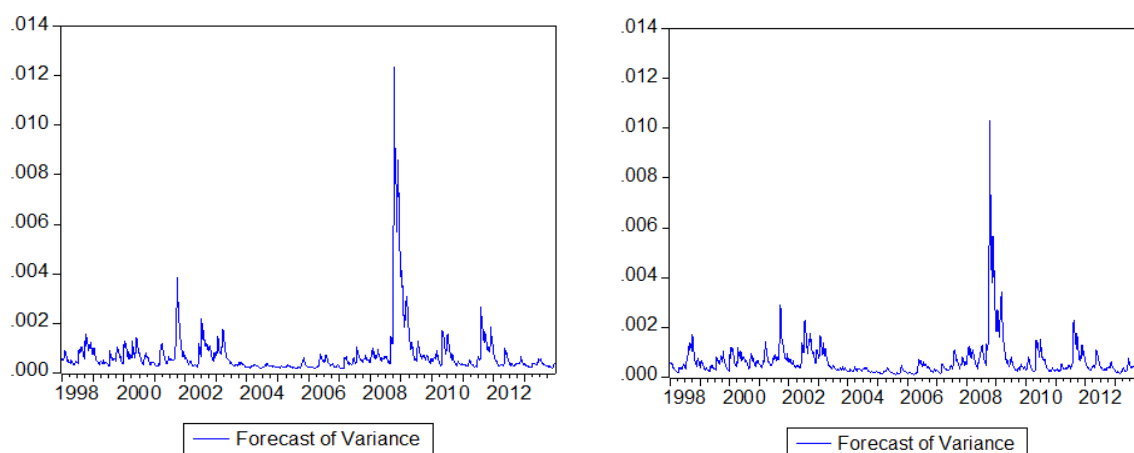
Parametr citlivost α , který vyjadřuje míru reakce podmíněné volatility na tržní šoky předchozího období, vychází vysoký, nad 0,1. To znamená, že volatilita tohoto modelu je velmi citlivá na tržní změny. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita $\bar{\sigma}^2$ modelu GARCH je 0,1158 % a směrodatná odchylka je 0,03403. Nepodmíněná volatilita EGARCH modelu je nižší, 0,006 %, a směrodatná odchylka je také nižší, 0,00774. Funkce maximální věrohodnosti je v modelu EGARCH o 80 vyšší. Lze tedy říci, že i v případě týdenních výnosů, je pro modelování volatility vhodnější model EGARCH.

Obr 4.5: Skutečný rozptyl výnosů indexu FTSE 100 s týdenní frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr 4.6: Predikce rozptylu výnosů indexu FTSE 100 s týdenní frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Predikovaný rozptyl modelu GARCH a EGARCH má podobný vývoj. Model GARCH je však volatilnější. Může to být způsobeno tím, že volatilita tohoto modelu je velmi citlivá na tržní změny. Vhodnějším se jeví model EGARCH.

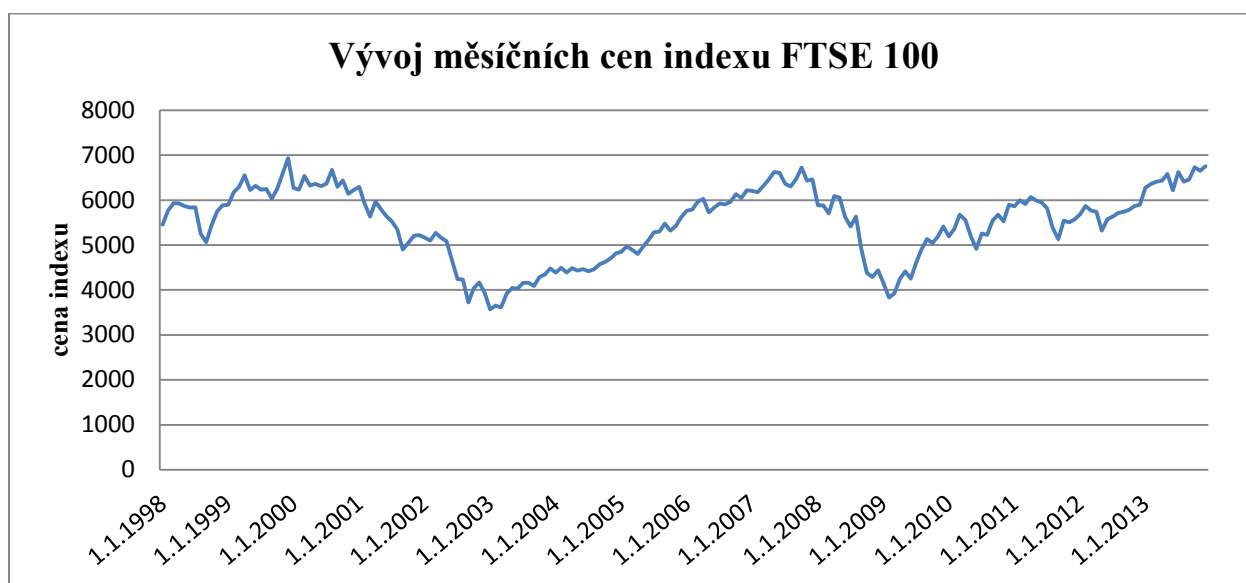
Při srovnání predikovaných rozptylů obou modelů, jde vidět, že se výsledky liší. Rozptyl modelu GARCH je volatilnější. Dle Alexandra, má model, který vykazuje celkově vyšší krátkodobou volatilitu, lepší vypovídací schopnost. V tomto případě se jedná o model GARCH. Jeho krátkodobá volatilita může být způsobena vysokým parametrem citlivosti

zpoždění podmíněného rozptylu β , díky kterému na volatilitu déle doznívá vliv tržní krize. Doporučeným modelem pro predikci volatility je model EGARCH.

4.3.3 Akciový index FTSE 100 s měsíční frekvencí

Vývoj měsíčních cen burzovního indexu FTSE 100 je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.3: Vývoj měsíčních cen indexu FTSE 100

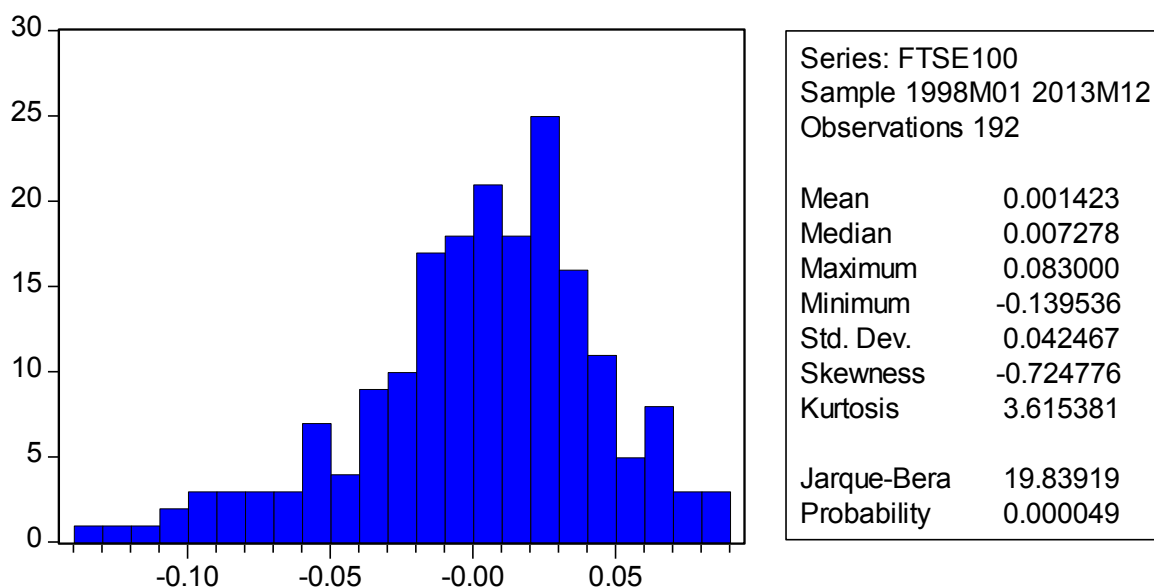


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.3 je podobný vývoji výnosu s denní a týdenní frekvencí.

Opět byl postup stejný jako u cen s denní a týdenní frekvencí. Ceny byly přepočteny na výnosy pomocí vzorce (3.2) a byl proveden test normality. Následně byly propočteny základní statistické charakteristiky výnosů.

Obr. 4.7: Histogram a popisné charakteristiky měsíčních výnosů indexu FTSE 100



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Logaritmické výnosy s měsíční frekvencí mají střední hodnotu opět kolem nuly. V porovnání s výnosy denními a týdenními je hodnota vyšší. JB test vyšel podstatně nižší, než u předchozích výnosů, normální rozdělení se ale ani v tomto případě nepotvrdilo. Šikmost je záporná a špičatost je o 0,6 vyšší než 3, takže se rozdělení přiblížilo normálnímu. Výnosy se pohybují častěji v kladných hodnotách.

Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro výnosy s měsíční frekvencí indexu FTSE 100 ukazuje tabulka 4.3.

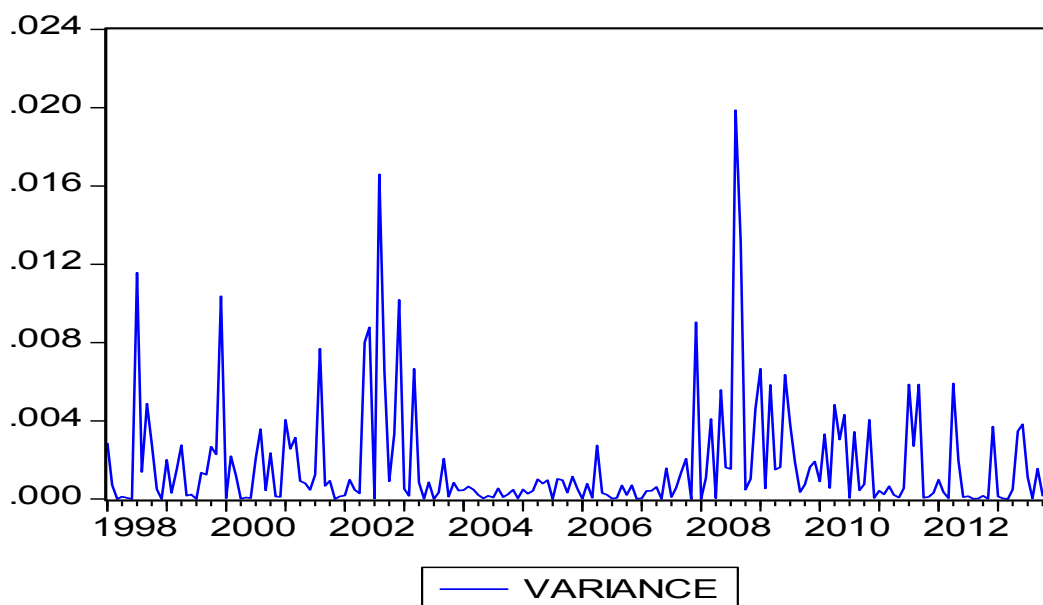
Tab. 4.3: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro měsíční výnosy indexu FTSE 100

Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,0001306	ω	-0,826792
α	0,1390372	θ	0,094335
β	0,7886865	γ	-0,185124
$\alpha+\beta$	0,9277237	β	0,884240
LLH	342,71	LLH	347,06
dlouhodobý rozptyl	0,1808%	dlouhodobý rozptyl	0,0791%
směrodatná odchylka (σ)	0,04252	směrodatná odchylka (σ)	0,02812
RMSE	0,0424	RMSE	0,042357

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

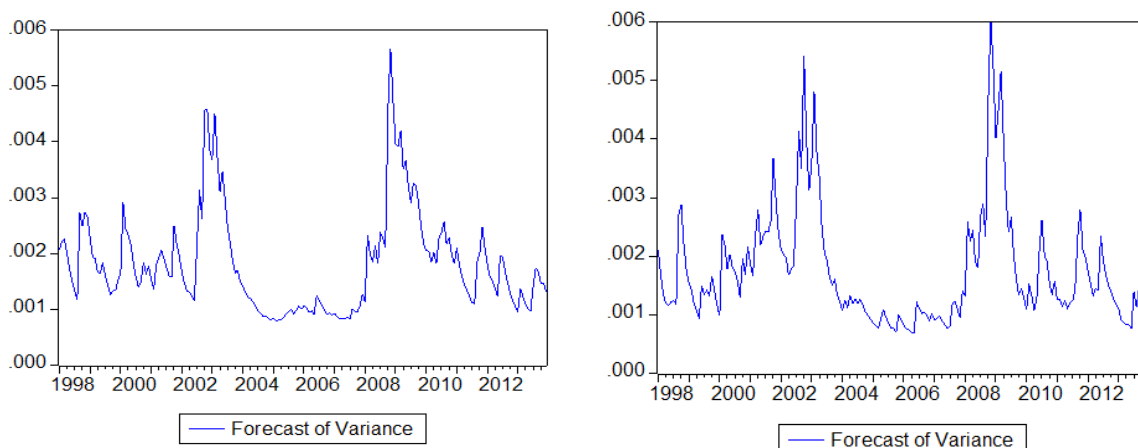
Dle parametru citlivosti α , volatilita tohoto modelu je velmi citlivá na tržní změny. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita σ^2 modelu GARCH je 0,1808 % a směrodatná odchylka je 0,04252. Nepodmíněná volatilita EGARCH modelu je 0,0791 % a směrodatná odchylka je 0,02812. Pro modelování volatility je lepší model EGARCH.

Obr. 4.8: Skutečný rozptyl výnosů indexu FTSE 100 s měsíční frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr 4.9: Predikce rozptylu výnosů indexu FTSE 100 s měsíční frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Zde je již vidět rozdíl mezi predikovaným rozptylem výnosů modelu GARCH a EGARCH. Model EGARCH je volatilnější a napodobuje rozptyl měsíčních výnosů indexu

FTSE 100 o něco přesněji než model GARCH. Potvrzují to také výsledky směrodatných odchylek.

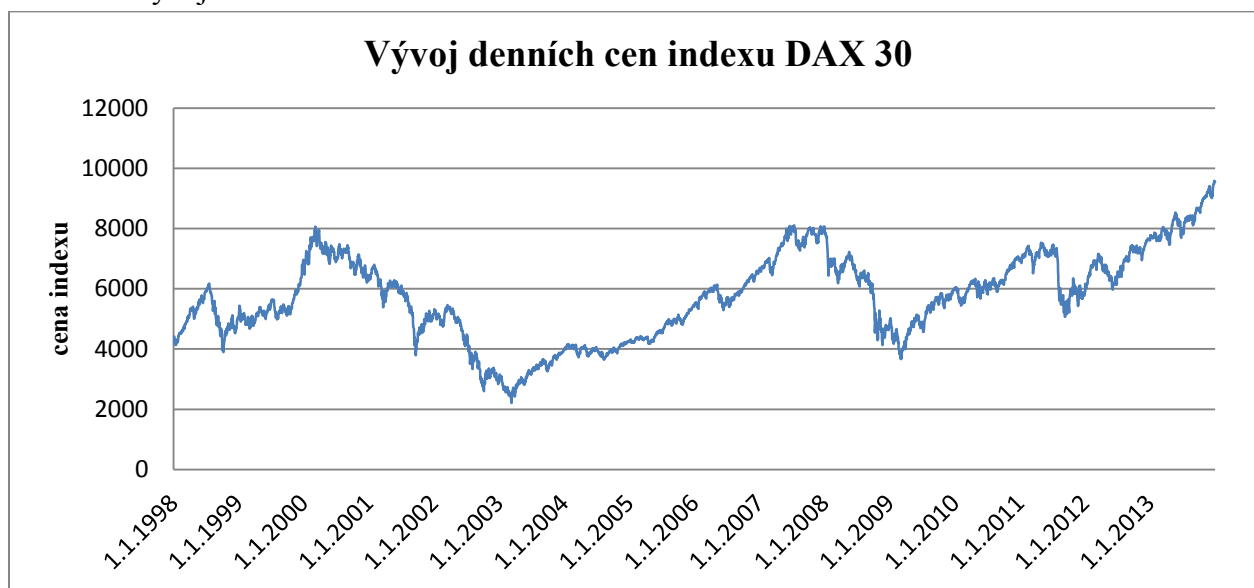
4.4 Odhad modelů pro akciový index DAX 30

Podkapitola je rozčleněna dle frekvence cen burzovního indexu DAX 30.

4.4.1 Akciový index DAX 30 s denní frekvencí

Vývoj denních cen burzovního indexu DAX 30 je uveden v následujícím grafu.

Graf 4.4: Vývoj denních cen indexu DAX 30

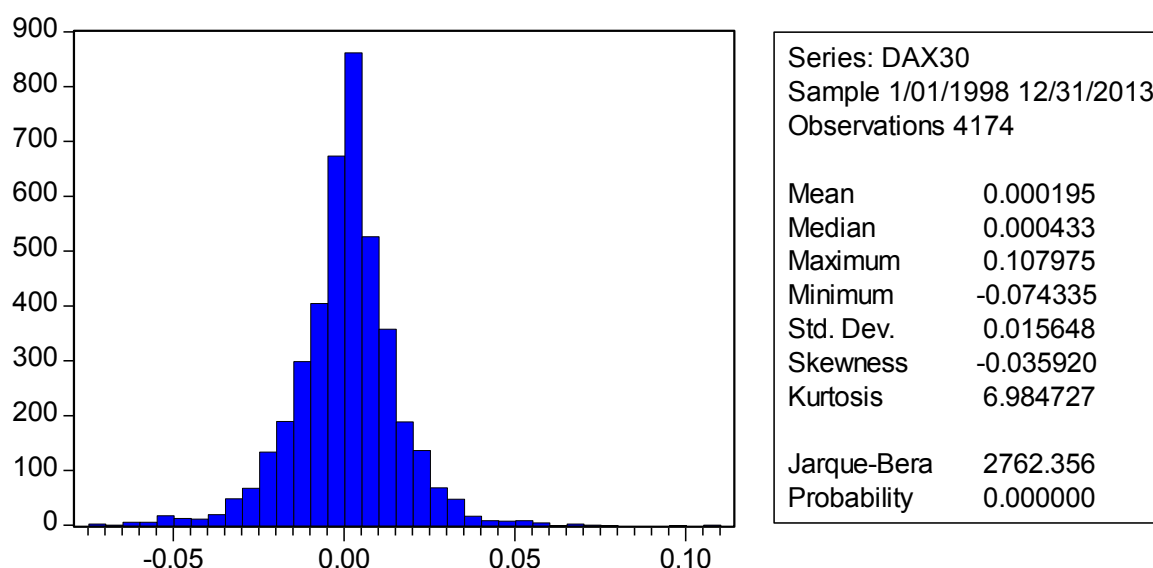


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.4 ukazuje vývoj uzavíracích cen indexu DAX 30 s denní frekvencí dat. Vývoj cen indexu je také velmi volatilní. Propad hodnoty indexu byl hlubší během první krize, kdy se cena propadla z 8 064,97 na 2 202,96. Během druhé krize se hodnoty začaly propadat od dubna 2007 do března 2009. Poté nastal růst hodnoty indexu a ke konci roku 2013 už má nejvyšší hodnotu za celé zobrazené období.

Nejprve byly ceny indexu přepočteny na logaritmické výnosy pomocí vzorce (3.2) a následně byl proveden test normality časových řad a vypočteny charakteristiky poloh a variability.

Obr. 4.10: Histogram a popisné charakteristiky denních výnosů indexu DAX 30



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

V Obr. 4.10 je možné vidět, že střední hodnota logaritmických výnosů je téměř nulová, šikmost se pohybuje kolem nuly a rozdělení je vychýlené mírně vlevo. Špičatost je větší než 3, tedy zobrazení rozdělení pravděpodobnosti je špičatější než normální. Dle JB testu normalita rozdělení výnosů není potvrzena, neboť je jeho hodnota vyšší než kritická (5,99). Časová řada má tedy leptokurtické rozdělení s vyšší špičkou a těžšími konci. Kladný medián je známkou toho, že se denní výnosy indexu pohybují častěji v kladných hodnotách.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro výnosy indexu DAX 30 s denní frekvencí jsou uvedeny v následující tabulce.

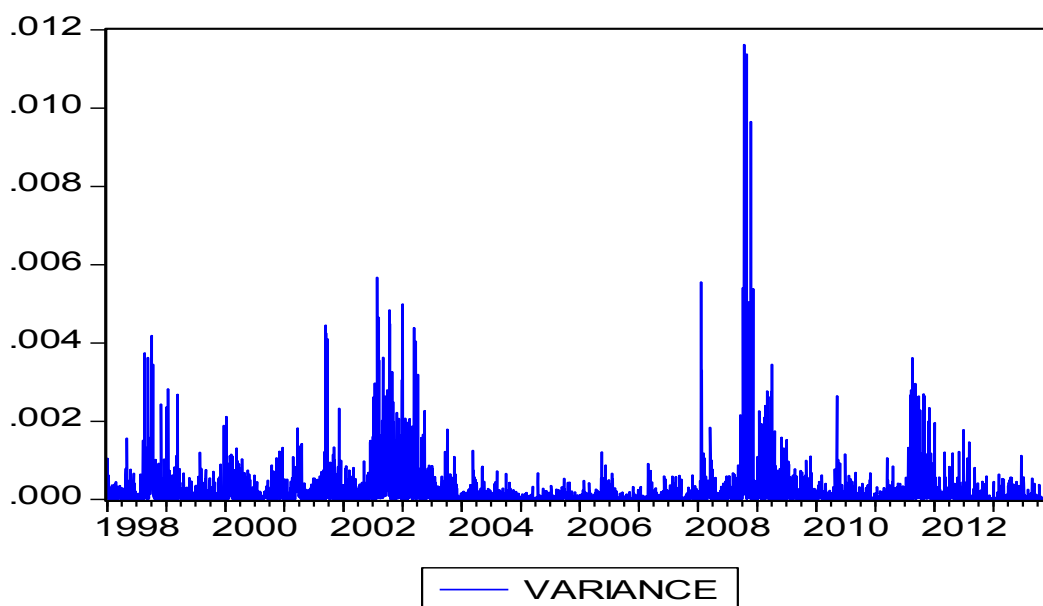
Tab. 4.4: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro denní výnosy indexu DAX 30

Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000002	ω	-0,259491
α	0,088278	θ	0,103185
β	0,902318	γ	-0,114267
$\alpha+\beta$	0,990596	β	0,978622
LLH	12 170,64	LLH	12 220,64
dlouhodobý rozptyl	0,0248%	dlouhodobý rozptyl	0,00054%
směrodatná odchylka (σ)	0,01576	směrodatná odchylka (σ)	0,00231
RMSE	0,015657	RMSE	0,015652

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

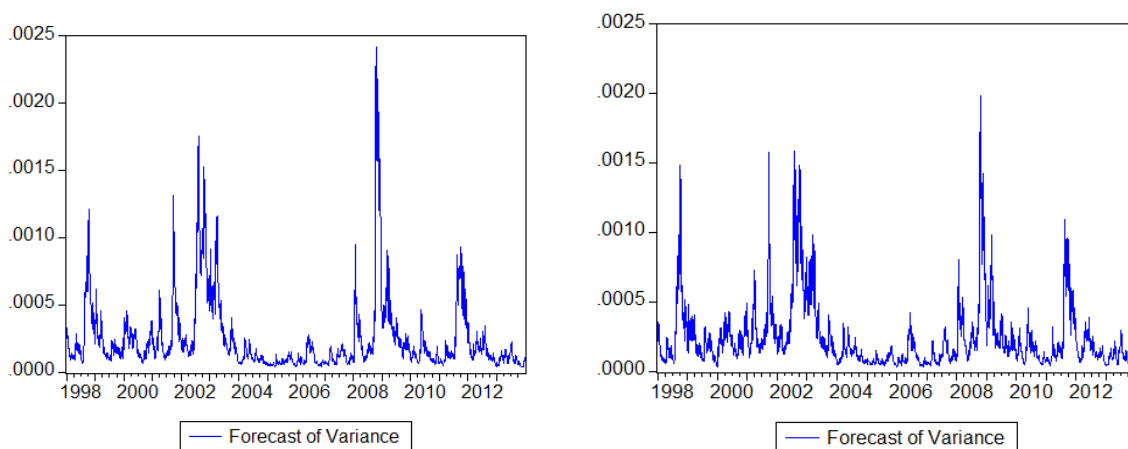
V případě indexu DAX je vidět, že jako vhodnější se jeví model EGARCH. Parametr β modelu GARCH vyšel 0,9. To naznačuje, že na podmíněnou volatilitu déle doznívá vliv tržní krize. Součet $\alpha + \beta$ vyšel také vysoký, takže časová struktura předpovědi volatility pomocí tohoto modelu je relativně plochá. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita $\bar{\sigma}^2$ modelu GARCH je 0,0248 % a směrodatná odchylka je 0,01576. V modelu EGARCH dlouhodobá nepodmíněná volatilita vychází o 0,02426 nižší a směrodatná odchylka o 0,01345 nižší.

Obr. 4.11: Skutečný rozptyl výnosů indexu DAX 30 s denní frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr. 4.12: Predikce rozptylu výnosů indexu DAX 30 s denní frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



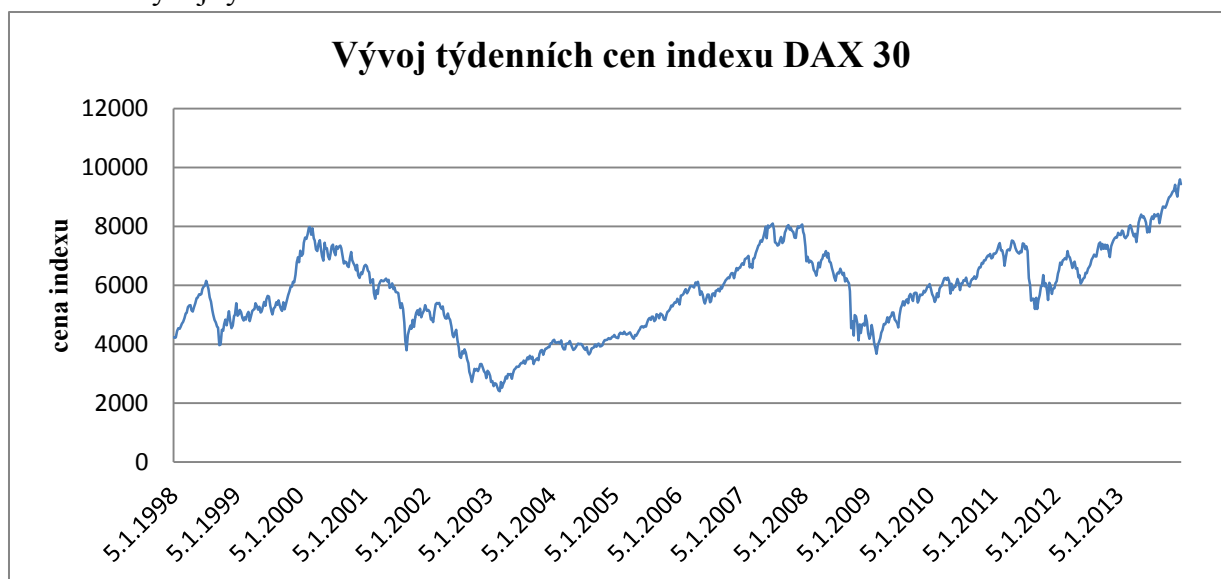
Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Při srovnání obou modelů vidíme, že se liší jen málo a pohybují se stejně jako skutečný rozptyl. Rozptyl modelovaný pomocí modelu GARCH je o něco málo volatilnější a měl by tedy mít lepší vypovídací schopnost. Dle směrodatné odchylky a RMSE je však lepší model EGARCH.

4.4.2 Akciový index DAX 30 s týdenní frekvencí

Uzavírací týdenní ceny indexu DAX 30 zachycuje graf 4.5.

Graf 4.5: Vývoj týdenních cen indexu DAX 30

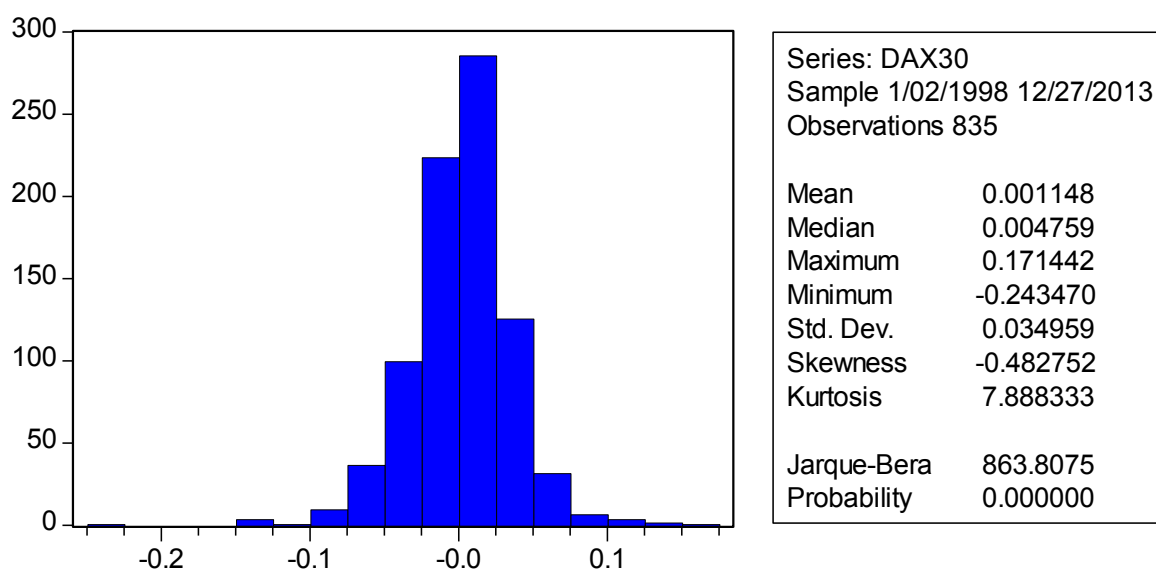


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Vývoj týdenních cen indexu DAX je velmi podobný vývoji denních cen tohoto indexu.

Nejprve byly ceny indexu přepočteny na logaritmické výnosy pomocí vzorce (3.2) a následně byl proveden test normality časových řad a vypočteny jednotlivé statistiky.

Obr. 4.13: Histogram a popisné charakteristiky týdenních výnosů indexu DAX 30



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Střední hodnota týdenních výnosů je velmi nízká. Šikmost je záporná a zobrazení rozdělení pravděpodobnosti je špičatější, než normální. Je zde leptokurtické rozdělení pravděpodobnosti, které potvrdil JB test.

Odhady parametrů modelů GARCH a EGARCH týdenních výnosů indexu DAX 30 jsou zobrazeny v tabulce 4.5.

Tab. 4.5: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro týdenní výnosy indexu DAX 30

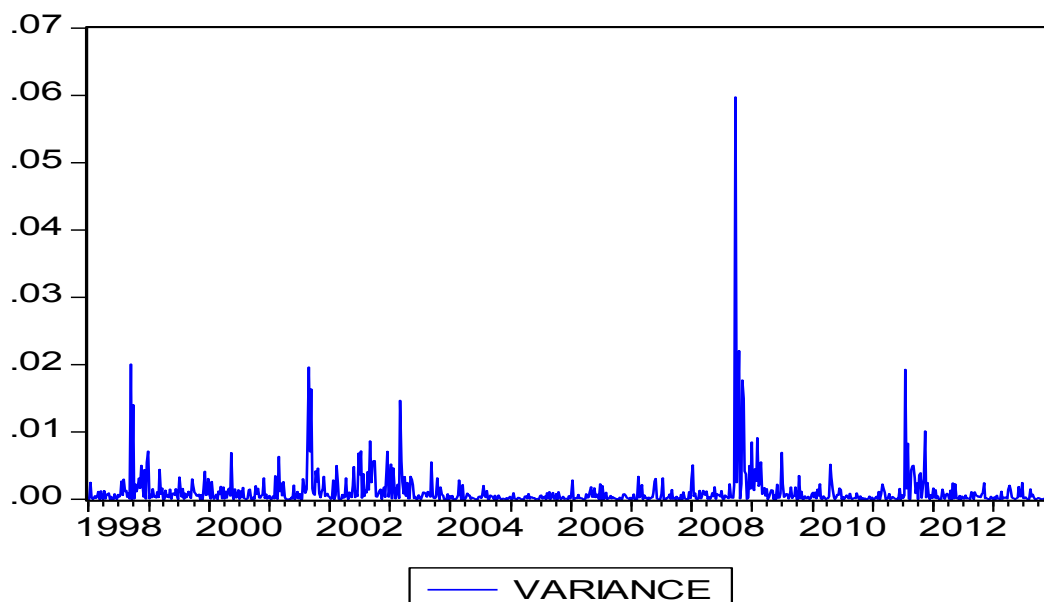
Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000097	ω	-0,841211
α	0,289386	θ	0,220766
β	0,658797	γ	-0,210813
$\alpha+\beta$	0,948182	β	0,905710
LLH	1 723,11	LLH	1 754,68
dlouhodobý rozptyl	0,1868%	dlouhodobý rozptyl	0,0133%
směrodatná odchylka (σ)	0,04322	směrodatná odchylka (σ)	0,01155
RMSE	0,034585	RMSE	0,034444

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Exel

Parametr citlivosti α v modelu GARCH vyšel vysoký, takže volatilita modelu je citlivá na tržní změny. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita a směrodatná odchylka v modelu GARCH vyšly 0,186 % a 0,04322. V modelu EGARCH pak tyto hodnoty vyšly 0,0133 % a 0,01155. Funkce maximální věrohodnosti v modelu EGARCH vyšla vyšší o 31,57. RMSE

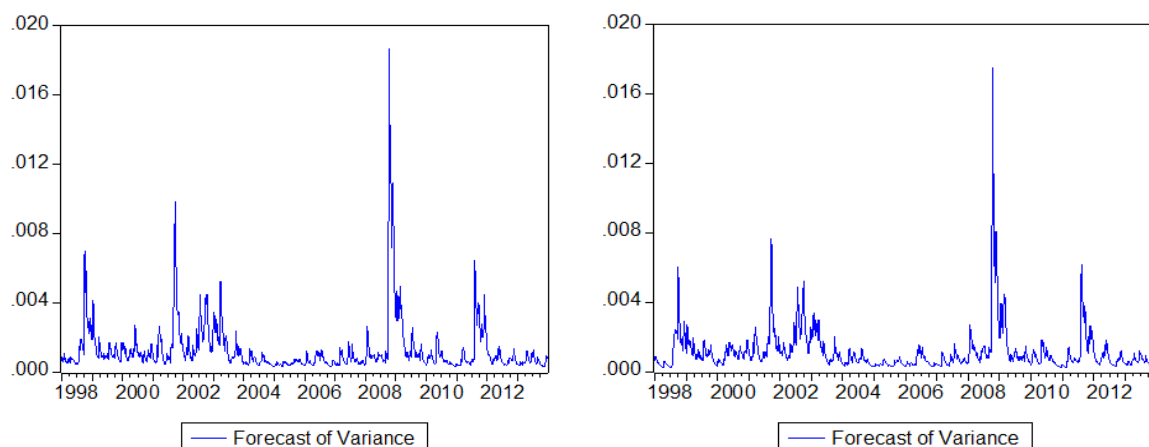
vyšlo v modelu GARCH vyšší. Pro modelování a predikci volatility lépe vyhovuje model EGARCH.

Obr. 4.14: Skutečný rozptyl výnosů indexu DAX 30 s týdenní frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr. 4.15: Predikce rozptylu výnosů indexu DAX 30 s týdenní frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



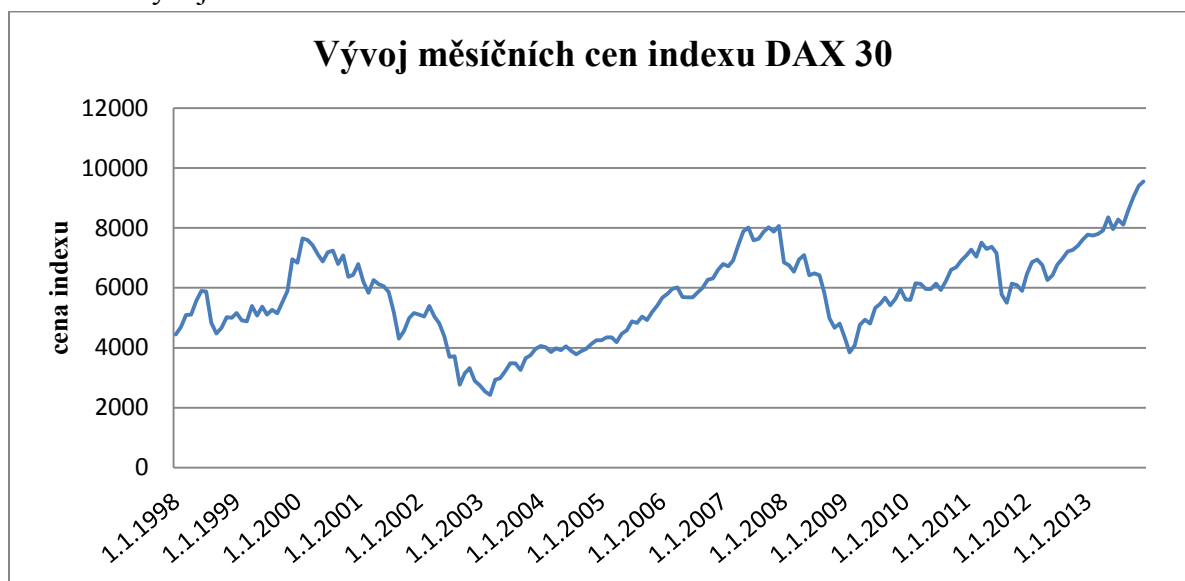
Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Při srovnání rozptylů modelovaných pomocí modelu GARCH a EGARCH je vidět, že model GARCH lépe kopíruje vývoj skutečného rozptylu. Toto můžeme zaznamenat v poslední třetině obrázku 4.15. Pro modelování a predikci rozptylu dle výsledků směrodatné odchylky a RMSE je lepší model EGARCH.

4.4.3 Akciový index DAX 30 s měsíční frekvencí

Vývoj měsíčních cen indexu DAX 30 je zobrazen níže.

Graf 4.6: Vývoj měsíčních cen indexu DAX 30

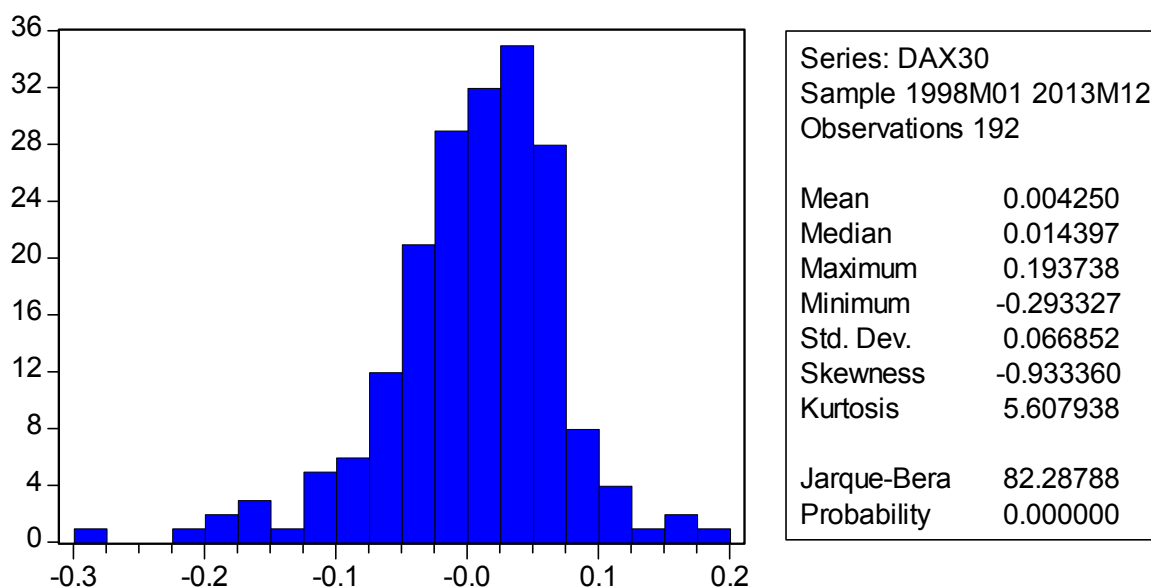


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.6 opět kopíruje vývoj cen indexu s denní nebo týdenní frekvencí.

Opět byly ceny přepočteny na logaritmické výnosy pomocí vzorce (3.2) a následně byla testována normalita a vypočteny jednotlivé statistiky.

Obr. 4.16: Histogram a popisné charakteristiky měsíčních výnosů indexu DAX 30



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Ani u měsíčních logaritmických výnosů JB test nepotvrdil normální rozdělení. Šikmost je záporná a blíží se k jedné. Špičatost je vyšší než 3. Výnosy se pohybují převážně v kladných hodnotách.

Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro výnosy indexu DAX 30 s měsíční frekvencí ukazuje tabulka 4.6.

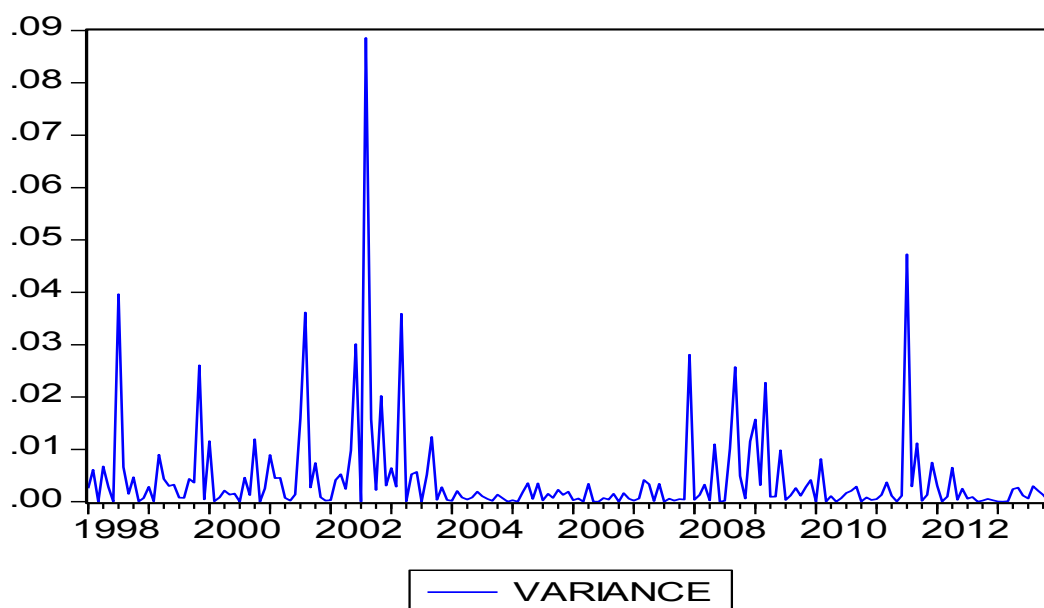
Tab. 4.6: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro měsíční výnosy indexu DAX 30

Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000567	ω	-1,075464
α	0,183898	θ	0,124520
β	0,701308	γ	-0,192876
$\alpha+\beta$	0,885206	β	0,825339
LLH	256,20	LLH	261,40
dlouhodobý rozptyl	0,4941%	dlouhodobý rozptyl	0,2118%
směrodatná odchylka (σ)	0,07029	směrodatná odchylka (σ)	0,04602
RMSE	0,066872	RMSE	0,066704

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

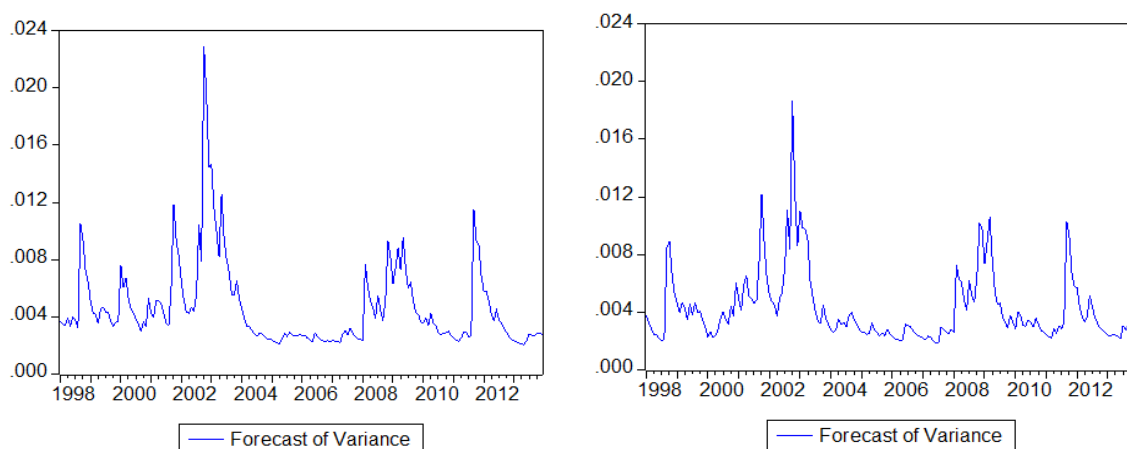
Dlouhodobá nepodmíněná volatilita v modelu GARCH vychází o 0,2823 vyšší. Směrodatná odchylka je vyšší o 0,02427. Mezi funkcemi maximální věrohodnosti je rozdíl pouze 5,2. Stejně jako u výnosů denních a týdenních, i zde se jeví lépe pro modelování volatility model EGARCH.

Obr. 4.17: Skutečný rozptyl výnosů indexu DAX 30 s měsíční frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr. 4.18: Predikce rozptylu výnosů indexu DAX 30 s měsíční frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Z obrázku 4.18 jde vidět, že více volatilní je model GARCH, který zároveň lépe kopíruje vývoj skutečného rozptylu. Při výpočtech však kritérium RMSE vyšlo o 0,000168 nižší v případě modelu EGARCH, takže lze říci, že se tento model pro predikci jeví jako lepší.

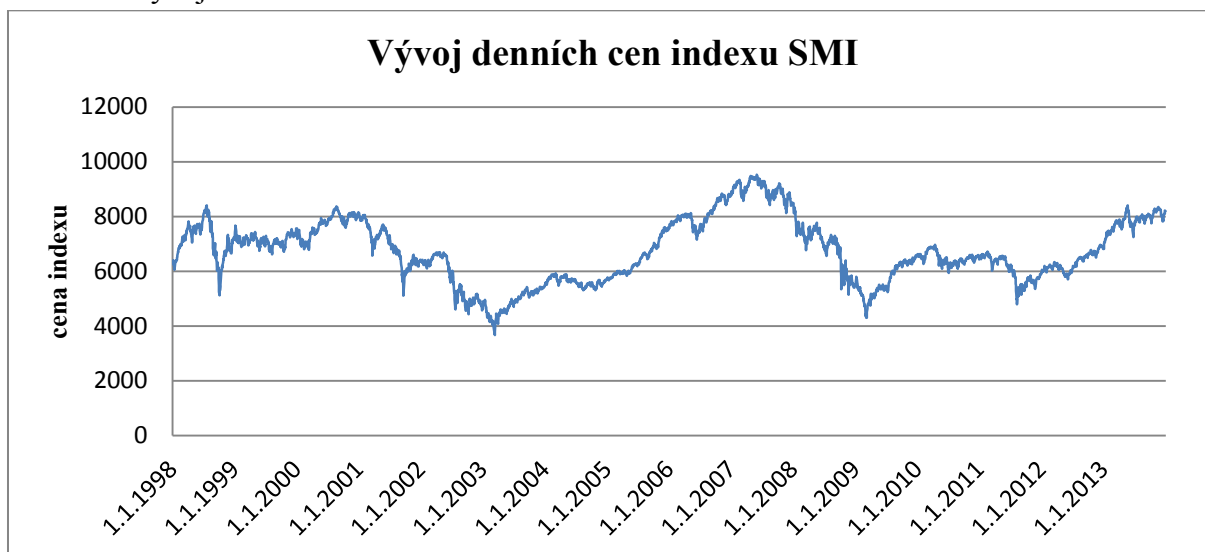
4.5 Odhad modelů pro akciový index SMI

Stejně jako předchozí dvě podkapitoly zabývající se konkrétními indexy, i tato je rozdělena dle frekvence zachycení cen burzovního indexu SMI.

4.5.1 Akciový index SMI s denní frekvencí

Vývoj cen burzovního indexu SMI je uveden v grafu 4.7.

Graf 4.7: Vývoj denních cen indexu SMI



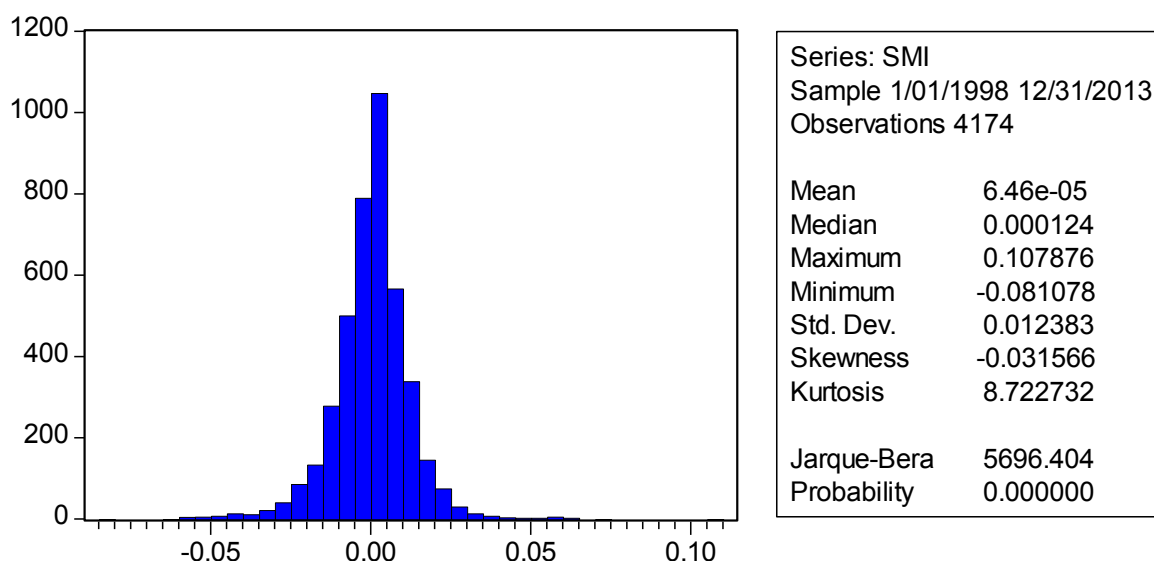
Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Graf 4.7 zobrazuje uzavírací ceny indexu SMI s denní frekvencí dat. Vývoj cen indexu je opět velmi proměnlivý. Stejně jako u předchozích dvou indexů je zřetelný zásah krizí. Doposud hodnota indexu nepřekonala „vrchol“ před krizí, má však stále rostoucí tendenci. V lednu 2013 indexu SMI do hodnoty, kterou měl před 5 lety, zbývalo jen 8 %.¹¹

Uzavírací ceny indexu jsou přepočteny pomocí vzorce (3.2) na logaritmické výnosy indexu SMI, opět je testována normalita časových řad a jsou vypočteny charakteristiky poloh a variability.

¹¹ Portál <http://www.klubinvestoru.com>, 2012

Obr. 4.19: Histogram a popisné charakteristiky denních výnosů indexu SMI



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Stejně jako u předchozích dvou indexů s denní výnosností je střední hodnota logaritmických výnosů téměř nulová, šikmost se pohybuje kolem nuly a rozdělení je vychýlené mírně vlevo. Rozdělení pravděpodobnosti je větší než 3, je tedy špičatější než normální. Normalita rozdělení výnosů není potvrzena, neboť je jeho hodnota vyšší než kritická (5,99). Taktéž je zde kladný medián.

Parametry modelů GARCH a EGARCH pro výnosy indexu SMI s denní frekvencí jsou uvedeny tabulce, která je zobrazena níže.

Tab. 4.7: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro denní výnosy indexu SMI

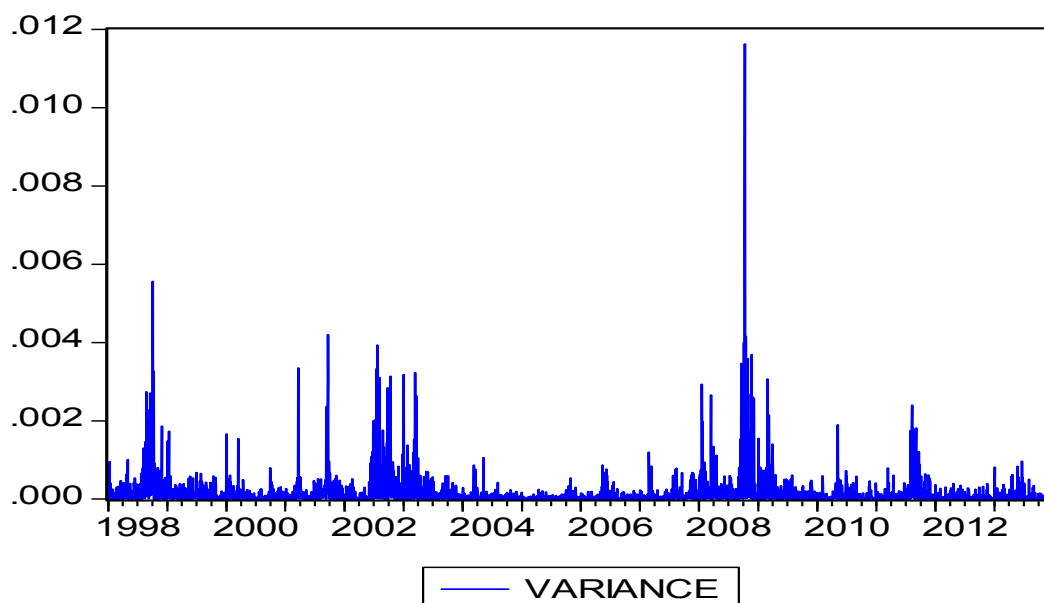
Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000002	ω	-0,286263
α	0,100396	θ	0,118178
β	0,881992	γ	-0,113113
$\alpha+\beta$	0,982388	β	0,978925
LLH	13 227,80	LLH	13 313,51
dlouhodobý rozptyl	0,0135%	dlouhodobý rozptyl	0,00013%
směrodatná odchylka (σ)	0,01163	směrodatná odchylka (σ)	0,00112
RMSE	0,012389	RMSE	0,012382

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

U indexu SMI vychází parametr α na hladině 0,1, což značí, že je volatilita citlivá na tržní změny. Parametr β u modelu GARCH vyšel 0,88, tedy na podmíněnou volatilitu vliv

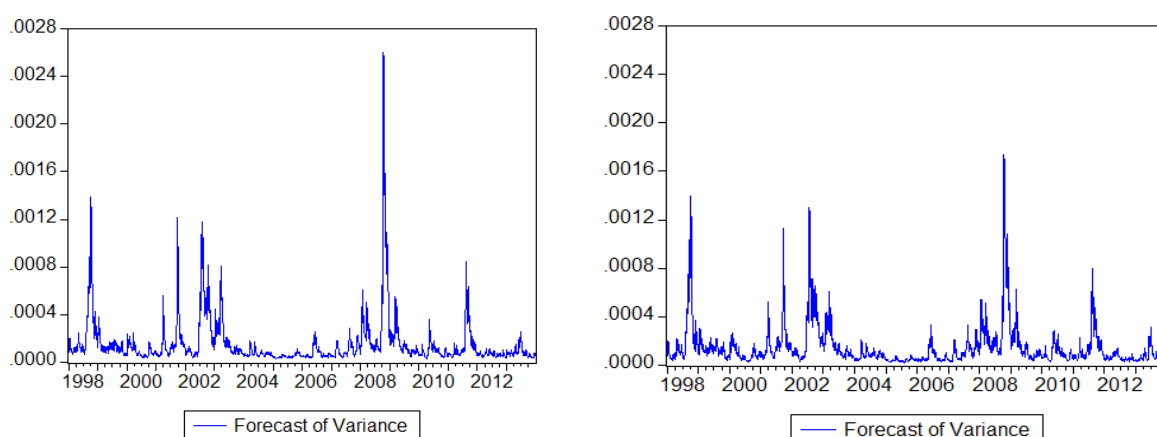
tržní krize déle nedoznívá. Dlouhodobá nepodmíněná volatilita $\bar{\sigma}^2$ vychází 0,00013 % u modelu EGARCH, a to je lepší, než hodnota 0,0135 % u modelu GARCH. Také směrodatná odchylka vychází lépe v případě modelu EGARCH, takže lze říci, že model EGARCH je vhodnější pro modelování volatility.

Obr. 4.20: Skutečný rozptyl výnosů indexu SMI s denní frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr. 4.21: Predikce volatility indexu SMI s denní frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

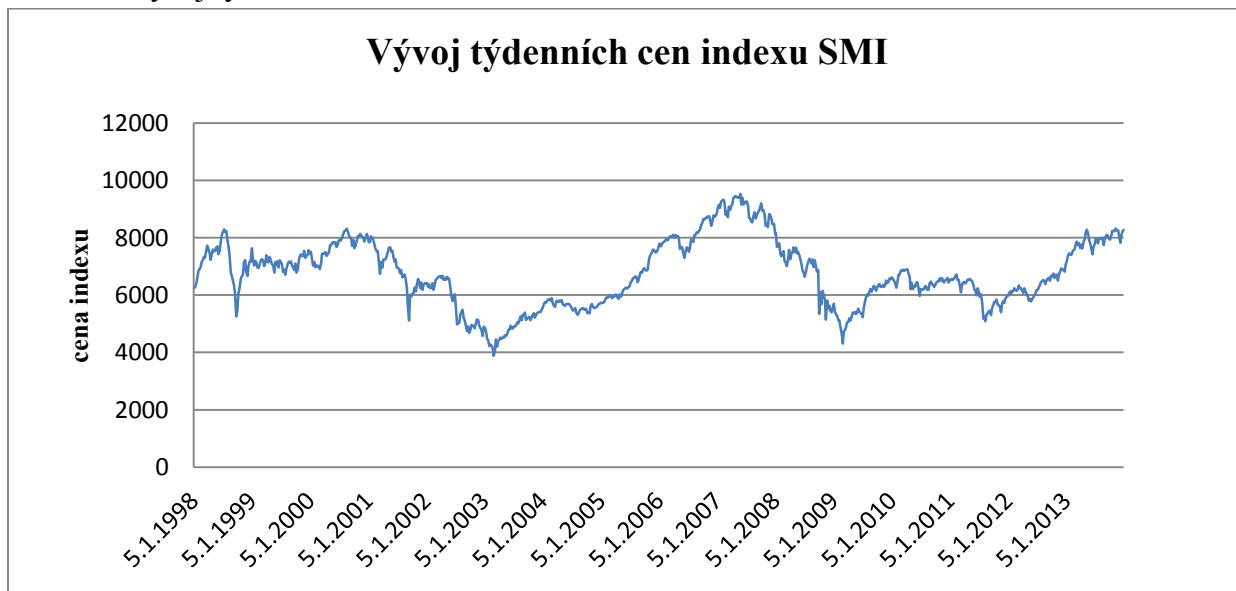
Z obrázku 4.21 vyplývá, že více volatilní je rozptyl predikovaný modelem EGARCH, krom období roku 2009, kdy byla finanční krize. Toto je způsobeno tím, že volatilita je velmi

citlivá na tržní změny. V případě modelování rozptylu denních výnosů indexu SMI vychází lépe model EGARCH, což potvrzuje také směrodatná odchylka nižší o 0,01051.

4.5.2 Akciový index SMI s týdenní frekvencí

Vývoj týdenních cen indexu SMI zobrazuje graf 4.8.

Graf 4.8: Vývoj týdenních cen indexu SMI

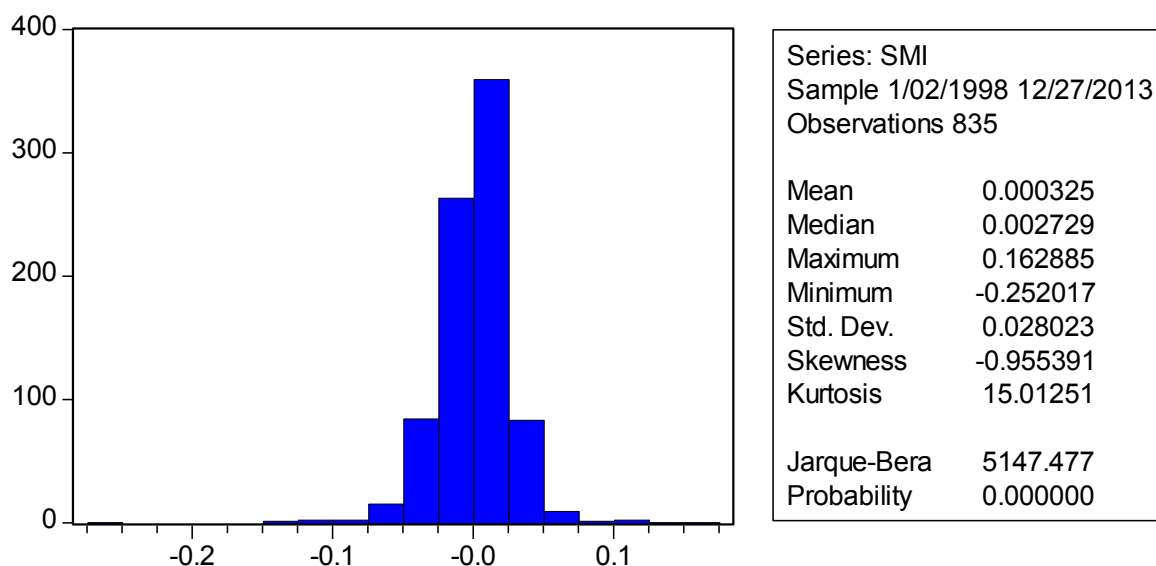


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Vývoj týdenních cen opět kopíruje vývoj cen denních. Jsou vidět totožné propady a růsty cen.

Nejprve byly přepočteny ceny na logaritmické výnosy pomocí vzorce (3.2) a následně byla testována normalita a propočítány jednotlivé statistiky.

Obr. 4.22: Histogram a popisné charakteristiky týdenních výnosů indexu SMI



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Týdenní výnosy indexu SMI se pohybují častěji v kladných hodnotách a střední hodnota se blíží nule. Šikmost je záporná a špičatost vyšší než 3. JB test nepotvrdil normální rozdělení pravděpodobností, takže je zde leptokurtické rozdělení.

Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH indexu SMI pro výnosy s týdenní frekvencí jsou zobrazeny v tabulce 4.8.

Tab. 4.8: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro týdenní výnosy indexu SMI

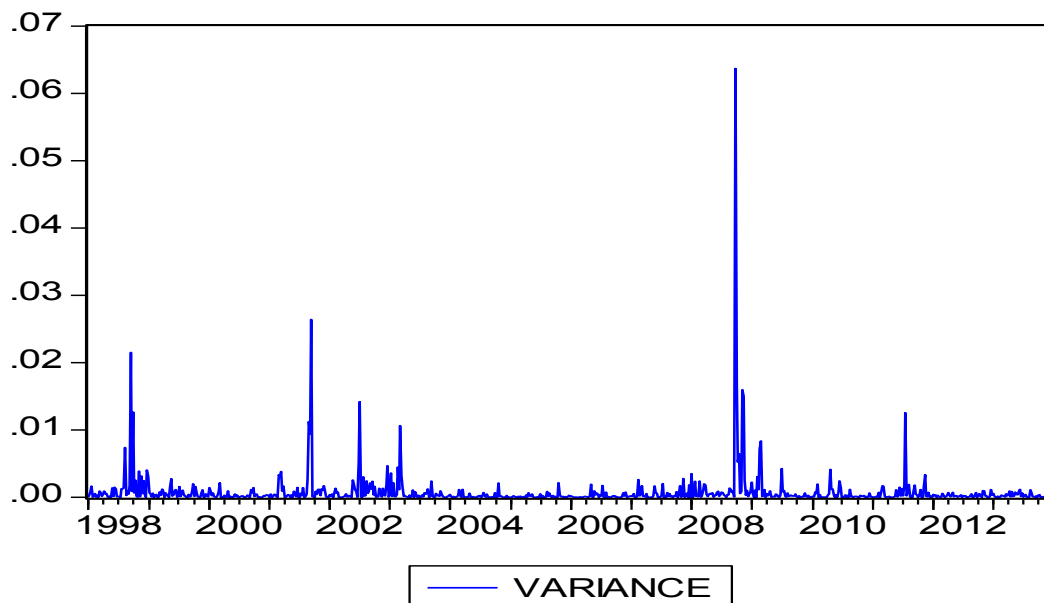
Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000050	ω	-0,996870
α	0,337661	θ	0,262420
β	0,654741	γ	-0,268344
$\alpha+\beta$	0,992402	β	0,895554
LLH	1 930,61	LLH	1 975,90
dlouhodobý rozptyl	0,6638%	dlouhodobý rozptyl	0,0072%
směrodatná odchylka (σ)	0,08148	směrodatná odchylka (σ)	0,00846
RMSE	0,028111	RMSE	0,028008

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

Součet parametrů $\alpha+\beta$ je na hladině 0,99. Časová struktura předpovědi pomocí GARCHU je tedy relativně plochá. Mezi funkcemi maximální věrohodnosti je rozdíl jen 45. Dlouhodobý nepodmíněný rozptyl v modelu GARCH je 0,6638 % a směrodatná odchylka 0,08148. Model EGARCH má tyto hodnoty podstatně nižší. Dlouhodobý nepodmíněný

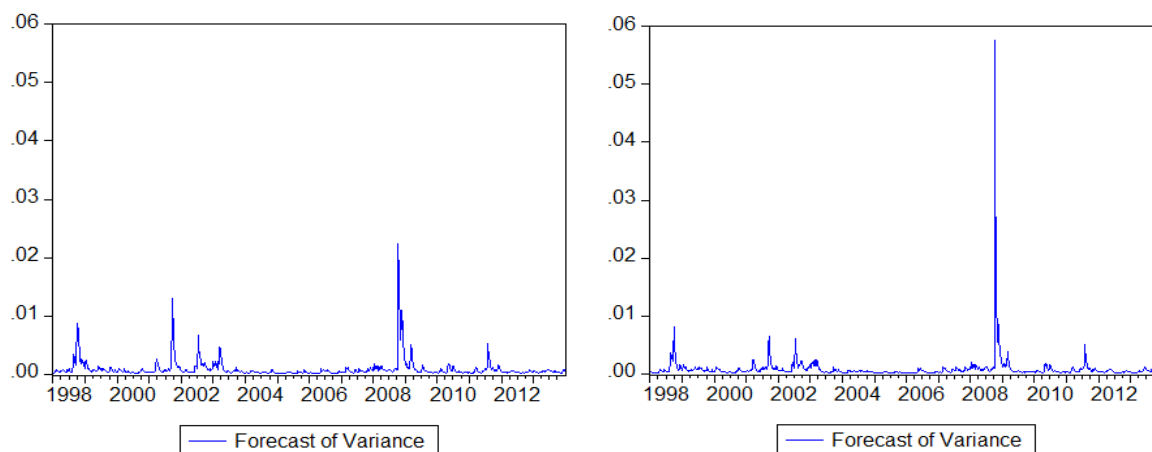
rozptyl vychází 0,0072 % a směrodatná odchylka 0,00846. Opět je vhodnější použít model EGARCH.

Obr. 4.23: Skutečný rozptyl výnosů indexu SMI s týdenní frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr. 4.24: Predikce rozptylu výnosů indexu SMI s týdenní frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



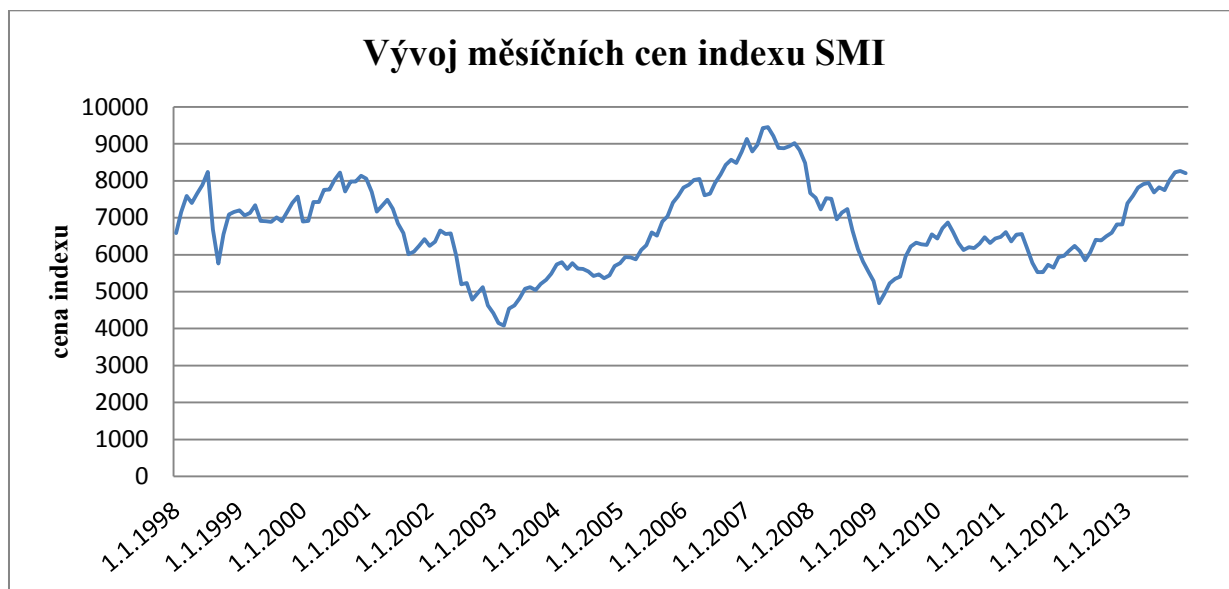
Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

V případě týdenních výnosů je zřetelně vidět, že model EGARCH je pro modelování rozptylu mnohem lepší. Je mnohem volatilnější a více se přibližuje skutečnosti. Toto je také potvrzeno nižší směrodatnou odchylkou a nižším kritériem RMSE.

4.5.3 Akciový index SMI s měsíční frekvencí

Ceny indexu SMI s měsíční frekvencí zachycuje níže zobrazený graf.

Graf 4.9: Vývoj měsíčních cen indexu SMI

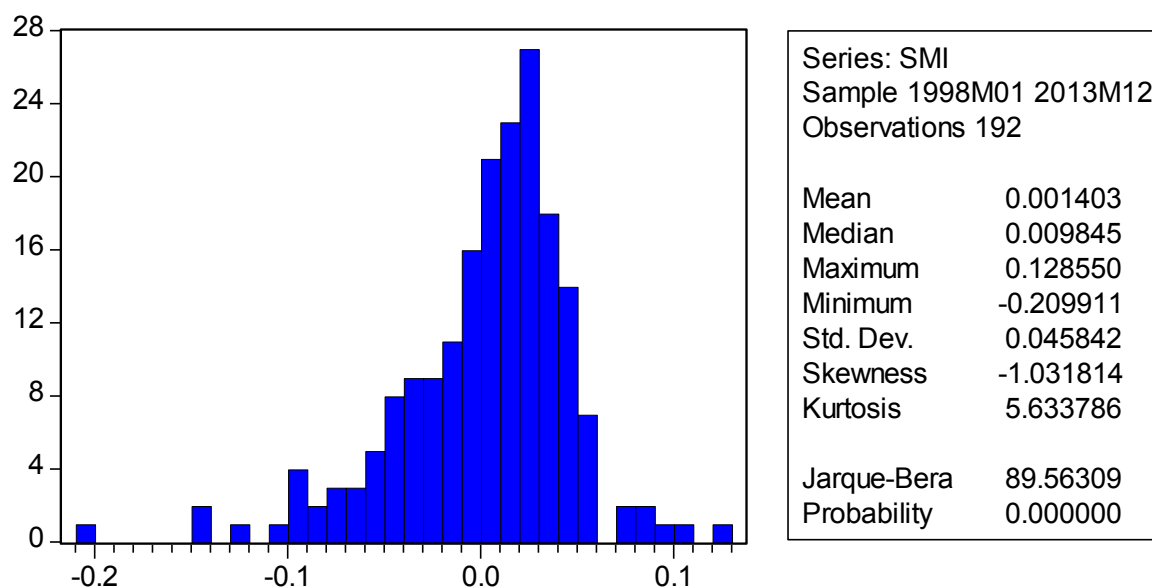


Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Měsíční ceny indexu SMI mají podobný vývoj, jako ceny denní a týdenní tohoto indexu.

Opět byly přepočteny ceny na logaritmické výnosy pomocí vzorce (3.2), následně byl proveden test normality a propočteny jednotlivé statistiky.

Obr. 4.25: Histogram a popisné charakteristiky měsíčních výnosů indexu SMI



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

V případě týdenních výnosů indexu SMI se nepotvrdilo normální rozdělení, neboť JB test vychází vyšší, než kritická hodnota 5,99. Špičatost je vyšší než 3 a rozdělení je vychýlené vlevo. Hodnoty výnosů jsou převážně kladné.

Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro výnosy indexu SMI s měsíční frekvencí jsou zobrazeny v následující tabulce.

Tab. 4.9: Odhad parametrů modelu GARCH a EGARCH pro měsíční výnosy indexu SMI

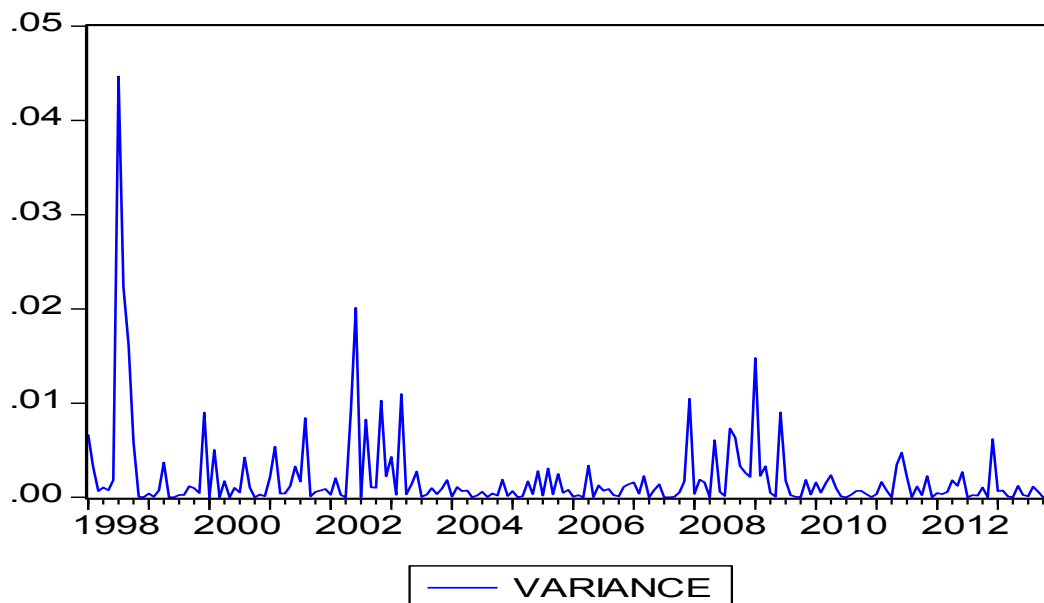
Parametry odhadu modelu			
GARCH		EGARCH	
ω	0,000124	ω	-0,407357
α	0,089244	θ	0,035816
β	0,837232	γ	-0,084941
$\alpha+\beta$	0,926476	β	0,941814
LLH	331,22	LLH	334,33
dlouhodobý rozptyl	0,1682%	dlouhodobý rozptyl	0,0911%
směrodatná odchylka (σ)	0,04101	směrodatná odchylka (σ)	0,03018
RMSE	0,045733	RMSE	0,045722

Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views a MS Excel

Dlouhodobý nepodmíněný rozptyl modelu EGARCH vyšel 0,0911 % a modelu GARCH 0,1682 %. Směrodatné odchylky vyšly 0,03018 a 0,04101. Rozdíl ve funkcích

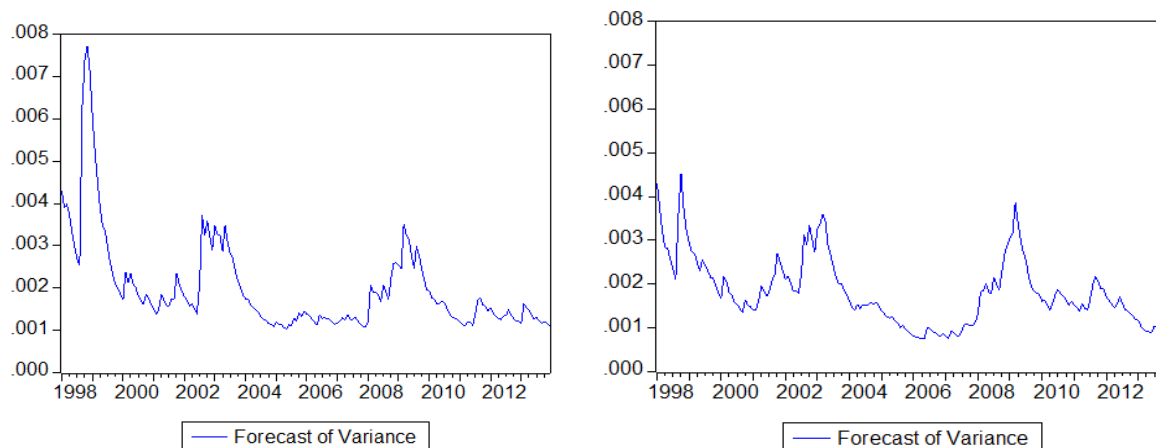
maximální věrohodnosti je zanedbatelný. Model EGARCH se i tentokrát jeví jako lepší pro modelování volatility.

Obr. 4.26: Skutečný rozptyl výnosů indexu SMI s měsíční frekvencí



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Obr. 4.27: Predikce rozptylu výnosů indexu SMI s měsíční frekvencí pomocí modelu GARCH a EGARCH



Zdroj: vlastní zpracování v programu E-Views

Modelované rozptyly u měsíčních výnosů se u obou modelů značně liší. Lépe skutečnost kopíruje model GARCH. Při porovnání směrodatných odchylek, funkce maximální věrohodnosti pro odhad modelu a kritéria RMSE pro predikci se však jeví lépe model EGARCH.

4.6 Zhodnocení a srovnání výsledků

Nyní bude provedeno souhrnné zhodnocení dosažených výsledků.

Index FTSE 100

U burzovního indexu FTSE 100 byl u všech dat vypořizován kladný medián. Vypovídá to o tom, že se výnosy pohybují častěji v kladných hodnotách. U všech výnosů bylo zaznamenáno vychýlení vlevo. Lze také vypořizovat, že čím frekventovanější logaritmické výnosy burzovního indexu, tím je střední hodnota logaritmů menší a hodnota JB testu se zvyšuje. Všechny časové řady mají leptokurtické rozdělení.

Pro přehlednost a srovnání obou modelů za předpokladu normálního rozdělení pro jednotlivé frekvence indexu byly vytvořeny souhrnné tabulky.

Tab. 4.10: Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu FTSE 100 modelu GARCH

GARCH	denní	týdenní	měsíční
ω	0,000001	0,000029	0,0001306
α	0,090318	0,202048	0,1390372
β	0,901885	0,773211	0,7886865
$\alpha+\beta$	0,992202	0,975260	0,9277237
LLH	13 184,35	1 926,27	342,71
dlouhodobý rozptyl	0,0169%	0,1158%	0,1808%
směrodatná odchylka (σ)	0,01298	0,03403	0,04252
RMSE	0,01241	0,025581	0,0424

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Tab. 4.11: Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu FTSE 100 modelu EGARCH

EGARCH	denní	týdenní	měsíční
ω	-0,214983	-0,527004	-0,826792
θ	0,104424	0,144174	0,094335
γ	-0,103303	-0,200901	-0,185124
β	0,985419	0,945799	0,884240
LLH	13 255,82	2 006,29	347,06
dlouhodobý rozptyl	0,00004%	0,0060%	0,0791%
směrodatná odchylka (σ)	0,00063	0,00774	0,02812
RMSE	0,012405	0,025548	0,042357

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

V tabulkách 4.10 a 4.11 je vidět, že pro modelování a predikci volatility je ve všech třech případech vhodnější model EGARCH.

Metoda maximální věrohodnosti vychází u všech frekvencí lépe v případě modelu EGARCH a také kritérium RMSE vychází v tomto modelu lépe, i když rozdíly zde nejsou tak markantní. Dlouhodobý nepodmíněný rozptyl se směrodatnou odchylkou v modelu GARCH vycházejí vyšší, což je považováno za horší. Lze vypožorovat, že s vyšší frekvencí dat klesá dlouhodobý nepodmíněný rozptyl a směrodatná odchylka. Součet parametrů $\alpha+\beta$ s přibývajícím frekvencí naopak roste.

Index DAX 30

Burzovní index DAX 30 má ve všech případech kladný medián, což značí, že stejně jako u předchozího indexu FTSE 100, také zde jsou výnosy častěji kladné. Rozdělení je vychýleno mírně vlevo. S frekventovanějšími logaritmickými výnosy střední hodnota logaritmu klesá. Hodnota JB testu se naopak zvyšuje. Také v tomto případě se potvrdilo leptokurtické rozdělení časových řad.

Pro přehlednost a srovnání obou modelů za předpokladu normálního rozdělení pro jednotlivé frekvence indexu byly vytvořeny souhrnné tabulky.

Tab. 4.12: Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu DAX 30 modelu GARCH

GARCH	denní	týdenní	měsíční
ω	2,33546E-06	9,67774E-05	-4,07357E-01
α	0,08827817	0,28938578	0,03581575
β	0,90231773	0,65879658	-0,08494129
$\alpha+\beta$	0,99059590	0,94818236	0,94181439
LLH	12 170,64	1 723,11	334,33
dlouhodobý rozptyl	0,0248%	0,1868%	0,4941%
směrodatná odchylka (σ)	0,01576	0,04322	0,07029
RMSE	0,015657	0,034585	0,045722

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Tab. 4.13: Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu DAX 30 modelu EGARCH

EGARCH	denní	týdenní	měsíční
ω	-0,259491	-0,841211	-1,075464
θ	0,103185	0,220766	0,124520
γ	-0,114267	-0,210813	-0,192876
β	0,978622	0,905710	0,825339
LLH	12 220,64	1 754,68	261,40
dlouhodobý rozptyl	0,00054%	0,0133%	0,2118%
směrodatná odchylka (σ)	0,00230	0,01155	0,04602
RMSE	0,015652	0,034444	0,066704

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

U indexu DAX 30 bylo dosaženo lepších výsledků taktéž v modelu EGARCH. Lze tedy říci, že se tento model jeví jako vhodnější pro modelování a predikci volatility daného indexu s frekvencí denní, týdenní a měsíční.

Maximální věrohodnostní funkce v modelu GARCH vychází nižší, než v modelu EGARCH, což je pro modelování volatility horší. Největší rozdíl mezi hodnotami funkce je zaznamenán v případě výnosů s měsíční frekvencí. Kritérium predikce volatility RMSE vychází lépe v modelu EGARCH, ale opět rozdíly nejsou velké. S klesající frekvencí dat RMSE vykazuje růst. Opět je také možné vyzorovat, že s vyšší frekvencí dat klesá dlouhodobý nepodmíněný rozptyl a směrodatná odchylka. Součet parametrů $\alpha + \beta$ s přibývajícím frekvencí naopak roste.

Index SMI

Při porovnání denních, týdenních a měsíčních výnosů indexu SMI je střední hodnota s rostoucí frekvencí nižší. Všechny časové řady indexu SMI mají leptokurtické rozdělení. Medián je ve všech případech kladný, takže se výnosy pohybují převážně v kladných hodnotách.

Pro přehlednost a srovnání obou modelů za předpokladu normálního rozdělení pro jednotlivé frekvence indexu byly vytvořeny souhrnné tabulky.

Tab. 4.14: Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu SMI modelu GARCH

GARCH	denní	týdenní	měsíční
ω	2,38409E-06	5,04390E-05	1,23633E-04
α	0,10039608	0,33766103	0,08924395
β	0,88199187	0,65474077	0,83723178
$\alpha+\beta$	0,98238795	0,99240179	0,92647573
LLH	13 227,80	1 930,61	331,22
dlouhodobý rozptyl	0,0135%	0,6638%	0,1682%
směrodatná odchylka (σ)	0,01163	0,08148	0,04101
RMSE	0,012389	0,028111	0,045733

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Tab. 4.15: Srovnání jednotlivých parametrů dle frekvence výnosů indexu SMI modelu EGARCH

EGARCH	denní	týdenní	měsíční
ω	-0,286263	-0,996870	0,000567
θ	0,118178	0,262420	0,183898
γ	-0,113113	-0,268344	0,701308
β	0,978925	0,895554	0,885206
LLH	13 313,51	1 975,90	256,20
dlouhodobý rozptyl	0,00013%	0,0072%	0,0911%
směrodatná odchylka (σ)	0,00112	0,00846	0,03018
RMSE	0,012382	0,028008	0,045722

Zdroj: vlastní zpracování v programu MS Excel

Stejně jako v případě indexu FTSE 100 a DAX 30, také pro modelování a predikci volatility indexu SMI se jeví lépe model EGARCH pro všechny tři frekvence.

RMSE, kritérium predikce volatility, vychází vyšší v případě modelu GARCH. Jelikož podmínkou je, dané kritérium minimalizovat, lepším výsledkem je nižší hodnota. RMSE opět vykazuje růst s klesající frekvencí dat. Dlouhodobý nepodmíněný rozptyl a směrodatná odchylka vycházejí v modelu EGARCH nižší a funkce maximální věrohodnosti vyšší.

Je možné konstatovat, že pro všechny uvedené indexy s denní, týdenní a měsíční frekvencí je vhodnější pro modelování a predikci model EGARCH.

5 ZÁVĚR

Diplomová práce byla věnována modelování a predikci volatility výnosů akciových indexů FTSE 100, DAX 30 a SMI. Jejím cílem bylo zjistit, zda na těchto akciových trzích je pro modelování a predikci volatility vhodnější model GARCH (1,1) nebo model EGARCH.

Práce byla rozdělena do pěti kapitol, včetně úvodu a závěru.

Druhá kapitola věnuje volatilitě výnosů finančních aktiv. Rovněž byly charakterizovány akciové trhy sledovaných indexů, které používají. V třetí kapitole byly popsány časové řady a uvedeno jejich rozdělení. Poté byly charakterizovány finanční časové řady, jejich předpoklady a vlastnosti. Také byla charakterizována volatilita. Následovala podkapitola statistických metod odhadu. Detailněji byla popsána metoda maximální věrohodnosti, která byla použita v praktické části. Třetí podkapitola pojednává o modelech volatility a podrobněji byly popsány modely GARCH a EGARCH. Poslední podkapitola byla věnována predikci pomocí těchto modelů.

Čtvrtá kapitola diplomové práce se zabývala odhadem modelů GARCH (1,1) a EGARCH a predikcí volatility. Odhad byl proveden za předpokladu normality metodou maximální věrohodnosti. Data byla pořízena ze stránek společnosti Yahoo <http://finance.yahoo.com>. Jako vstupní data byly použity časové řady indexů s denní, týdenní a měsíční frekvencí dat. Časové řady zahrnují období od začátku roku 1998 do konce roku 2013.

Jednotlivé akciové trhy byly analyzovány dle frekvence dat akciového indexu. Bylo zjištěno, že s rostoucí frekvencí se zvyšuje hodnota Jarque-Berra testu. Tento test vyvrací normální rozdělení časových řad. Všechny časové řady mají vyšší špičky a těžší konce. Jedná se tedy o leptokurtické rozdělení logaritmických výnosů. Bylo také vyzorováno, že s rostoucí frekvencí se snižuje střední hodnota logaritmických výnosů. Před odhadem modelů byl proveden test heteroskedasticity. Poté byl proveden odhad jednotlivých modelů GARCH a EGARCH. Odhad byl proveden za předpokladu normality metodou maximální věrohodnosti pro akciové indexy FTSE 100, DAX 30 a SMI s denní, týdenní a měsíční frekvencí. Souhrnné tabulky s výsledky a komentáři jsou uvedené v podkapitole 4.5.

Zjistila jsem, že pro modelování rozptylu denních výnosů u všech indexů je vhodnější použít model EGARCH. Stejný závěr lze učinit také u výnosů týdenních a měsíčních. Pro predikci rozptylu je taktéž vhodnější použít model EGARCH ve všech případech.

Při celkovém porovnání je možné vypořádat, že ve všech případech vyšel model EGARCH lépe. Funkce maximální věrohodnosti je vyšší a směrodatná odchylka nižší. Kritérium RMSE pro predikci volatility vyšlo také ve všech případech lépe, tedy nižší, v modelu EGARCH.

Pro modelování a predikci volatility akciových indexů lze tedy doporučit model EGARCH.

SEZNAM LITERATURY

Literární publikace

ALEXANDER, Carol. *Market Risk Analysis Volume II. - Practical Financial Econometrics*. 2nd volume. Chichester England: John Wiley & Sons, Ltd, 2008, ISBN 978-0-470-99801-4.

ARLT, Josef a kol. *Analýza ekonomických časových řad s příklady*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, a.s., 2003, ISBN 80-247-0330-0.

ARLT, Josef, ARLTOVÁ, Markéta. *Finanční časové řady*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, a.s., 2003, ISBN 80-247-0330-0.

CIPRA, Tomáš. *Finanční ekonometrie*. 1. vyd. Praha: Ekopress, s.r.o., 2008, ISBN 978-80-86929-43-9.

FRANCQ, Christian, ZAKOIAN, Jean-Michel. *Garch models – Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. 1st edition. John Wiley & Sons, Ltd, 2010, ISBN 978-0-470-68391-0.

HANČLOVÁ, J. *Ekonometrické modelování. Klasické přístupy s aplikacemi*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2012. 214 s. ISBN 978-80-7431-088-1.

HUŠEK, Roman a kol. *Ekonometrické modely řízení a plánování*. 1. vyd. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, n.p., 1987.

JÍLEK, Josef. *Akciové trhy a investování*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, a.s., 2009, ISBN 978-80-247-2963-3.

MUSÍLEK, Petr. *Trhy cenných papírů*. 1. Vyd. Praha: Ekopress, s.r.o., 2002, ISBN 80-86119-55-6.

POLOUČEK, Stanislav a kol. *Peníze, banky a finanční trhy*. 1. vyd. Praha: C.H.Beck, 2009, ISBN 978-80-7400-152-9.

ZMEŠKAL, Zdeněk a kol. *Finanční modely*. 2. vyd. Praha: Ekopress, s.r.o., 2004, ISBN 80-86119-87-4.

Články v odborném časopise

ARLT, Josef, ARLTOVÁ, Markéta. Konstrukce předpovědí na základě modelu GARCH. *Acta oeconomica pragensia* 10: (7), str. 9-15, VŠE Praha, 2002. ISSN 0572-3043.

ARLT, Josef, RADKOVSKÝ, Štěpán. Význam modelování a předpovídání volatility časových řad pro řízení ekonomických procesů. *Politická ekonomie* 48: (1), str. 38–61, VŠE

Praha, 2000. ISSN 0032-3233 (Rukopis). Dostupné také z WWW: http://nb.vse.cz/~arlt/publik/AR_VMPVCRREP_00.pdf

ARLT, Josef, RADKOVSKÝ, Štěpán. Význam modelování a předpovídání volatility časových řad pro tvorbu měnové politiky centrální banky. VP č. 13, Praha, 1999. Dostupné také z WWW: http://invenio.nusl.cz/record/123883/files/nusl-123883_1.pdf

BOROVÍČKA, Adam. Srovnání volatility akciových indexů PX a FTSE 100. Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky. *Acta oeconomica pragensia* 2/2011 AOP 19(2), 2011, ISSN 0572-3043. Dostupné také z WWW: <http://www.vse.cz/aop/abstrakt.php3?IDcl=331>

ŠTĚRBA, Filip. Modely typu ARCH a jejich využití k modelování volatility měnových kurzů. *Česká bankovní asociace*. VŠE Praha, 2007.

Elektronické publikace a ostatní

JELÍNKOVÁ, Klára. *Odhad vybraných typů modelů finančních aktiv*. Ostrava, 2013. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta ekonomická, Katedra Financí.

POPELKA, Jan. *Využití lineárních a nelineárních modelů volatility při analýze českých podílových fondů a akcií*. Praha, 2007. Doktorská disertační práce. Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky.

SLIVONÍK, Jakub. *Modelování a predikce volatility devizových kurzů*. Ostrava, 2013. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta ekonomická, Katedra Financí.

Klub investorů. *Frankfurtská burza* [online]. 2014 [cit. 20.3.2014] Dostupné z WWW: <http://www.klubinvestoru.com/cs/article/1325-svetove-burzy-frankfurtska-burza>

Klub investorů. *Londýnská burza* [online]. 2014 [cit. 20.3.2014] Dostupné z WWW: <http://www.klubinvestoru.com/cs/article/1451-svetove-burzy-londynska-burza>

Klub investorů. *Švýcarská burza* [online]. 2014 [cit. 20.3.2014] Dostupné z WWW: <http://www.klubinvestoru.com/cs/article/1473-svetove-burzy-svycarsko>

PATRIA. *Akademie* [online]. 2014 [cit. 20.3.2014] Dostupné z WWW: <http://www.patria.cz/akademie/uvod-do-investovani-proc-investovat.html>

Yahoo!Finance. *Historické ceny indexu DAX 30* [online]. 2014 [cit. 30.3.2014] Dostupné z WWW: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EGDAXI+Historical+Prices>

Yahoo!Finance. *Historické ceny indexu FTSE 100* [online]. 2014 [cit. 30.3.2014] Dostupné z WWW: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EFTSE+Historical+Prices>

Yahoo!Finance. *Historické ceny indexu SMI* [online]. 2014 [cit. 30.3.2014] Dostupné z WWW: <http://finance.yahoo.com/q?s=^ssmi>

SEZNAM ZKRATEK

$\bar{\sigma}^2$	nepodmíněný dlouhodobý rozptyl
$\hat{\sigma}_t$	počáteční odhad podmíněné standardizované odchylky
\bar{r}	výběrová střední hodnota
$\text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t)$	kovariance reziduálních složek
DAX	Deutscher Aktien-Index
e	náhodná veličina, která má normované normální rozdělení
$E(\varepsilon_t)$	střední hodnota reziduální složky
EGARCH	Exponentially Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
EU	Evropská unie
EUR	euro
FTSE	Financial Times Stock Exchange
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
GBP	britská libra
HDP	Hrubý domácí produkt
CHF	švýcarský frank
JB test	Jarque-Berra test
K	špičatost
LLH	funkce maximální věrohodnosti
\ln	přirozený logaritmus
LSE	London Stock Exchange
P	cena
RMSE	Root-mean-square deviation (odmocnina čtverce chyb)
r_t	výnos v čase t
s	výběrový rozptyl
SK	šíkmost
SMI	Swiss Market Index

t	čas (období)
T	den uzavření obchodu
USD	americký dolar
$\text{var}(\varepsilon_t)$	rozptyl reziduální složky
x_t	nezávislá proměnná
y_t	závislá proměnná
z_t	náhodná veličina, která má normované normální rozdělení
α	parametr citlivosti náhodné chyby
β	parametr citlivost zpoždění podmíněného rozptylu
ε_t	náhodná chyba (tržní šok)
μ	střední hodnota
ω	úrovňová konstanta
σ	směrodatná odchylka
σ^2	podmíněný rozptyl

Prohlášení o výsledku využití diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o bakalářské práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 15. 4. 2014

..... Jana Dembínská

jméno a příjmení studenta